

Bu kitapçığın her hakkı saklıdır. Tüm hakları els Yayınları'na aittir. Kismen de olsa alınıp yapılamaz. Metin ve sorular, kitapçığı yayımlayan şirketin önceden izni olmaksızın elektronik, mekanik, fotokopi ya da herhangi bir kayıt sistemiyle çoğaltılamaz, yayımlanamaz.

Ortaöğretim Alanı

Föy No.

MF - TM

15

Adı Soyadı:

INTEGRAL - I

DİFERANSİYEL KAVRAMI

$f : A \rightarrow \mathcal{R}$ fonksiyonu her $x \in A$ için türevli ise

$$\frac{d}{dx}(f(x)) = f'(x)$$

ifadesine f fonksiyonunun **türevi** dendiğini öğrenmiştik.

$$d(f(x)) = f'(x)dx$$

ifadesine f fonksiyonunun her $x \in A$ noktasındaki **diferansiyeli** denir.

Örnek

◆ $d(x^2 - 4x + 2) = \dots\dots\dots$

◆ $d(2u^3 - 3u) = \dots\dots\dots$

◆ $d(\sin t + \ln t) = \dots\dots\dots$

BELİRSİZ İNTEGRAL

Türevi $f(x)$ veya diferansiyeli $f(x)dx$ olan $F(x)$ fonksiyonuna $f(x)$ fonksiyonunun **belirsiz integrali** denir ve

$$\int f(x)dx = F(x) + c$$

biçiminde gösterilir.

$$\int f(x) dx = F(x) + c \Leftrightarrow \frac{d}{dx}(F(x) + c) = f(x)$$

Burada;

$c \in \mathcal{R}$ sayısına **İntegrasyon sabiti** denir.

Örnek

Aşağıda verilen integral alma işlemlerinde boşlukları doldurunuz.

a) $\int \dots \dots \dots \text{dx} = x^2 + c$

b) $\int \dots\dots\dots dx = \sin x + c$

c) $\int \dots \dots \dots dx = e^x + c$

d) $\int \dots\dots\dots dx = \tan x + c$

e) $\int \dots \dots \dots \text{dx} = \ln(x^2 + 1) + c$

f) $\int \dots \dots \dots \text{dx} = 3^x + c$

g) $\int \dots \dots \dots dx = 2x + c$

h) $\int \dots\dots\dots dx = \frac{1}{x-3} + c$

İNTEGRALİN ÖZELLİKLERİ

1) Bir fonksiyonun diferansiyelinin integrali, bu fonksiyona sabit sayı eklenerek bulunur.

$$\int d(f(x)) = f(x) + c$$

◆ $\int d(4x - 3) = \dots\dots\dots$

- 2) Belirsiz integralin türevi integral atındaki fonksiyona eşittir.

$$\frac{d}{dx} \left(\int f(x) dx \right) = f(x)$$

✦ $\frac{d}{dx} \left(\int \ln(x+2) dx \right) = \dots\dots\dots$

- 3) Belirsiz integralin diferansiyeli integral altındaki ifadedir.

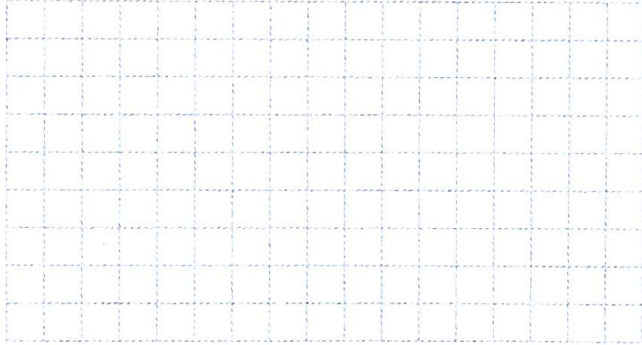
$$d \left(\int f(x) dx \right) = f(x) dx$$

✦ $d \left(\int 2 \cdot \tan 4x dx \right) = \dots\dots\dots$

Örnek 3

$$\int x^2 \cdot f(x) dx = x^5 - 3x^4 + c$$

olduğuna göre, $f(1)$ kaçtır?



- 4) İntegralin içindeki sabit çarpan integralin dışına alınabilir.

$$\int a f(x) dx = a \int f(x) dx$$

- 5) İki fonksiyonun toplamının (veya farkının) integrali, integralleri toplamına (veya farkına) eşittir.

$$\int (f(x) + g(x)) dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$$

$$\int (f(x) - g(x)) dx = \int f(x) dx - \int g(x) dx$$

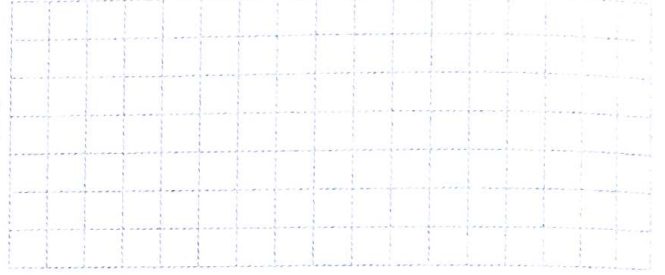
- 6) İntegral değişkenden bağımsızdır.

$$\int f(x) dx = \int f(t) dt = \int f(u) du = \dots$$

Örnek 4

$$x^2 \cdot \int [x \cdot f(x) - 2] dx = x^6 + x^4 - 2x^3$$

olduğuna göre, $f(x)$ fonksiyonunun $x = -1$ apsisi noktasındaki teğetin eğimi kaçtır?



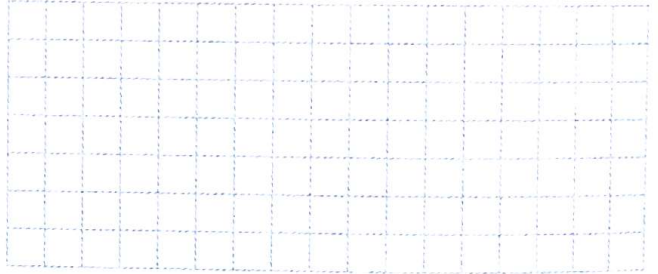
İNTEGRAL ALMA KURALLARI

$$\int a dx = ax + c$$

Örnek 5

$$\int 2 dx + \int 3 du$$

integralinin eşitini bulunuz.

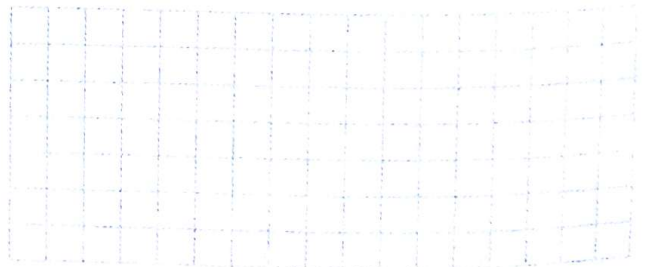


$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c, (n \neq -1)$$

Örnek 6

$$\int (4x^3 - x^2 + 2x - 3) dx$$

integralinin eşitini bulunuz.



Örnek 7

$$\int [(3x - 2) \cdot (x + 1)] dx$$

integralinin eşitini bulunuz.

Örnek 8

$$\int \left(\sqrt[3]{x} - \frac{1}{x^2} \right) dx$$

integralinin eşitini bulunuz.

Örnek 9

$$\int \frac{3x^2}{x-2} dx - \int \frac{12}{x-2} dx$$

integralinin eşitini bulunuz.

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + c, \quad x \neq 0$$

$$\int \frac{1}{ax + b} dx = \frac{1}{a} \ln|ax + b| + c$$

Örnek 10

$$\int \frac{4}{2x - 3} dx$$

integralinin eşitini bulunuz.

Örnek 11

$$\int \frac{4x^2 - 3x + 1}{x} dx$$

integralinin eşitini bulunuz.

Örnek 12

$$\int \frac{x^3 - 1}{x^2} d(x^2 + 1)$$

integralinin eşitini bulunuz.

$$\int e^x dx = e^x + c$$

$$\int e^{ax+b} dx = \frac{e^{ax+b}}{a} + c$$

$$\int a^x dx = \frac{1}{\ln a} \cdot a^x + c, (a > 0, a \neq 1)$$

$$\int a^{bx+d} dx = \frac{1}{b \cdot \ln a} \cdot a^{bx+d} + c$$

Örnek 13

$$\int e^{3x-4} dx$$

integralinin eşitini bulunuz.

Örnek 14

$$\int 2^{5x-1} dx$$

integralinin eşitini bulunuz.

Örnek 15

$$f''(x) = 6x - 2$$

$$f'(0) = 4$$

$$f(0) = 1$$

koşullarını gerçekleyen f fonksiyonu için f(1) değeri kaçtır?

A) 4

B) 5

C) 6

D) 7

E) 8

(2010/LYS)

Örnek 16

Gerçek sayılarda tanımlı $y=f(x)$ fonksiyonunun her $A(x, y)$ noktasındaki teğetin eğimi apsisinin 3 katıdır.

$y=f(x)$ fonksiyonu $A(2, -3)$ noktasından geçtiğine göre, $y=f(x)$ fonksiyonu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $y = \frac{3x^2 - 18}{2}$

B) $y = \frac{3x^2 + 18}{2}$

C) $y = \frac{2x^2 - 17}{3}$

D) $y = \frac{x^2 - 10}{2}$

E) $y = x^2 - 7$

1. $d(x^3 - x + 1)$
ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(3x^2 - 1)dx$ B) $(x^3 - x + 1)dx$ C) $(3x^2 - x)dx$
D) $(x^3 - 1)dx$ E) $(3x^2 + x)dx$

2. $\int d(x^3 - x^2)$
ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $3x^2 - 2x$ B) $3x^2 - 2x + c$ C) $x^3 - x^2 + c$
D) $x^3 + x^2 + c$ E) $x^3 - 2x + c$

3. $\frac{d}{dx} \left(\int (e^x - 1) dx \right)$
ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) e^x B) $e^x - 1$ C) $e^x - x$
D) $-e^x + 1$ E) $-e^x - 1$

4. $d \left(\int (x^2 + \ln x) dx \right)$
ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x^2 + \ln x$ B) $2x + \frac{1}{x}$ C) $\left(2x + \frac{1}{x} \right) dx$
D) $x^2 + \ln x + c$ E) $(x^2 + \ln x) dx$

5. $\int 1461 dx$
integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $1461x + c$ B) $61x + c$ C) 0
D) 1461 E) $1461x^2 + c$

6. $\int x^3 dx$
integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{x^3}{3} + c$ B) $\frac{x^2}{2} + c$ C) $\frac{x^4}{2} + c$
D) $\frac{x^4}{4} + c$ E) $\frac{x^4}{8} + c$

7. $\int \frac{dx}{x^4}$
integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-\frac{1}{3x^3} + c$ B) $\frac{1}{3x^3} + c$ C) $\frac{1}{5x^5} + c$
D) $-\frac{1}{5x^5} + c$ E) $-\frac{x^3}{3} + c$

8. $\int \sqrt{x} dx$
integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{3}{2} \sqrt{x^2} + c$ B) $\frac{2}{3} \sqrt{x^2} + c$ C) $\frac{2}{3} \sqrt{x^3} + c$
D) $\frac{3}{2} \sqrt{x^3} + c$ E) $\frac{1}{3} \sqrt{x^3} + c$

eİS
YayınlarıeİS
YayınlarıeİS
Yayınları



9. $\int [(3x-1) \cdot (2x+4)] dx$

İntegralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $2x^3 + 5x^2 - 4x + c$ B) $2x^3 - 5x^2 + 4x + c$
 C) $3x^2 - 4x + c$ D) $2x^4 - 3x + x^2 + c$
 E) $2x^3 - 4x + c$

10. $\int \frac{3x}{x-2} dx - \int \frac{6}{x-2} dx$

İntegralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x^3 + c$ B) $x^2 + c$ C) $3x^2 + c$
 D) $3x + c$ E) $\frac{x}{3} + c$

11. $\int \frac{3}{x+4} dx$

İntegralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $3 \cdot \ln|x-4| + c$ B) $\ln|x+4| + c$
 C) $4 \cdot \ln|x+3| + c$ D) $3 \cdot \ln|x+4| + c$
 E) $\frac{1}{3} \cdot \ln|x+4| + c$

12. $\int \frac{2x^2 - 3x + 2}{x} dx$

İntegralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x^2 - x + 2 \cdot \ln|x| + c$ B) $x^2 - 3x + 2 \cdot \ln|x| + c$
 C) $2x^2 - 3x + 2 \cdot \ln|x| + c$ D) $2x^2 + 3x + 2 \cdot \ln|x| + c$
 E) $3x^2 - 3x + \ln|x| + c$

13. $\int e^{3x-1} dx$

İntegralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $e^{3x-1} + c$ B) $\frac{e^{3x-1}}{3} + c$ C) $\frac{e^{3x}}{3} + c$
 D) $e^{3x} + c$ E) $3 \cdot e^{3x-1} + c$

14. $\int 4^{2x+3} dx$

İntegralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{4^{2x+3}}{2} + c$ B) $\frac{4^{2x+3}}{\ln 16} + c$ C) $\frac{4^{2x+3}}{\ln 4} + c$
 D) $\frac{4^{2x+3}}{\ln 8} + c$ E) $\frac{4^{2x+3}}{\ln 32} + c$

15. $\int x \cdot f(x) dx = x^3 - x^2 + c$

olduğuna göre, $f(3)$ kaçtır?

- A) 3 B) 5 C) 7 D) 9 E) 11

16. $f'(x) = 3x^2 + 2x$

$f(2) = 10$

olduğuna göre, $f(-1)$ kaçtır?

- A) -3 B) -2 C) -1 D) 0 E) 2

1-A	2-C	3-B	4-E	5-A	6-D	7-A	8-C	9-A	10-D	11-D	12-B	13-B	14-B	15-C	16-B
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	------	------	------	------	------	------	------

1. $\int y^3 dx$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $y^4 x + c$ B) $-\frac{y^3}{3} + c$ C) $-\frac{y^4}{4} + c$
 D) $y^3 x + c$ E) $\frac{y^4}{4} x + c$

2. $f(x) = \int d\left(\frac{x+1}{x-1}\right)$

olduğuna göre, $f'(x)$ fonksiyonunun eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{x+1}{x-1}$ B) $\frac{x-1}{x+1}$ C) $\frac{2}{(x+1)^2}$
 D) $\frac{-2}{(x-1)^2}$ E) $\frac{2x}{(x-1)^2}$

3. $\int x \cdot d(f(x)) = 2x^2 + c$

olduğuna göre, $f(x)$ fonksiyonunun eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-x + c$ B) $x + c$ C) $2x + c$
 D) $3x + c$ E) $4x + c$

4. $\int x^{10} d(x^5)$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x^5 + c$ B) $x^{10} + c$ C) $\frac{1}{15}(x^5 + x^{10}) + c$
 D) $\frac{1}{3}x^{15} + c$ E) $\frac{1}{50}x^{50} + c$

5. $\int \frac{x-1}{x^3} dx$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{1}{x^2} - \frac{1}{x} + c$ B) $\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} + c$ C) $\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} + c$
 D) $\frac{1}{2x^2} - \frac{1}{x} + c$ E) $\frac{1}{2x^2} + \frac{1}{x} + c$

6. $\int (3\sqrt{x} + 4\sqrt[3]{x}) dx$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $3x\sqrt{x} + 4x\sqrt[3]{x} + c$ B) $2\sqrt{x} + 3x\sqrt[3]{x} + c$
 C) $2x\sqrt{x} + 4x\sqrt[3]{x} + c$ D) $2x\sqrt{x} + 3x\sqrt[3]{x} + c$
 E) $3x\sqrt{x} + 2x\sqrt[3]{x} + c$

7. $\int \frac{3}{3x-5} dx$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{1}{3} \cdot \ln|3x-5| + c$ B) $\frac{2}{3} \cdot \ln|3x-5| + c$
 C) $\ln|3x-3| + c$ D) $\ln|3x-5| + c$
 E) $\frac{1}{2} \cdot \ln|3x-5| + c$

8. $\int 2e^x dx - \int \frac{4e^x - 5}{2} dx$

Integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{1}{2}e^x + c$ B) $4e^2 + x + c$ C) $5e^x + c$
 D) $x + c$ E) $\frac{5x}{2} + c$



9. $\int \frac{1}{5^{3x-4}} dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $-\frac{1}{3} \cdot 5^{-3x+4} + c$ B) $-\frac{\ln 5}{3} \cdot 5^{-3x+4} + c$
 C) $\frac{1}{3 \cdot \ln 5} \cdot 5^{-3x+4} + c$ D) $-\frac{1}{3 \cdot \ln 5} \cdot 5^{-3x+4} + c$
 E) $-\frac{1}{3 \cdot \ln 5} \cdot 5^{-3x-4} + c$

10. $P(x)$ bir polinom olmak üzere,

$$P(x) + \int P(x) dx = 3x^2 + 5x + 4$$

olduğuna göre, $P(0)$ kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 3 E) 5

11. $f'(x) = \int (6x - 6) dx$

$$f(x) - f''(x) = x^3 - 3x^2$$

olduğuna göre, $f(1)$ ifadesinin değeri kaçtır?

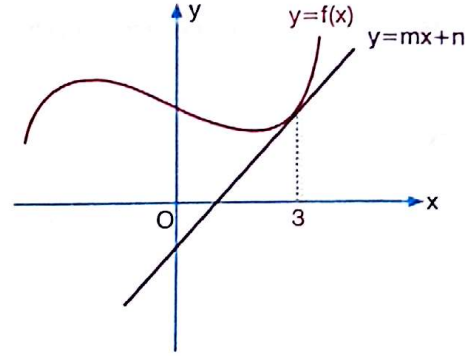
- A) -3 B) -2 C) -1 D) 0 E) 1

12. $\int \frac{f(x)}{x} dx = 3x^3 - 2x^2 + x + c$

olduğuna göre, f fonksiyonuna üzerindeki $x=1$ apsisli noktasından çizilen teğetin eğilmi kaçtır?

- A) 32 B) 28 C) 24 D) 20 E) 18

13. Aşağıdaki şekilde $y=f(x)$ eğrisi ile $y=mx+n$ doğrusu $x=3$ apsisli noktada birbirine teğettir.



$$\int (x^3 - f(x)) dx = x^4 - x f(x) + c \text{ olduğuna göre, } m \text{ kaçtır?}$$

- A) 3 B) 9 C) 27 D) 81 E) 343

14. Bir eğrinin her (x, y) noktasındaki teğetin eğimi, bu noktadaki apsisinin 3 katının 2 eksiğine eşittir.

Bu eğri $(1, -1)$ noktasından geçtiğine göre, eğrinin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $y = 3x^2 - 2x - 2$ B) $y = 3x^2 - \frac{x}{2} + 1$
 C) $y = x^2 - 2x + \frac{1}{2}$ D) $y = \frac{3x^2}{2} - 2x + \frac{1}{2}$
 E) $y = \frac{3x^2}{2} - 2x - \frac{1}{2}$

15. $y=f(x)$ eğrisinin $(-1, -\sqrt{3})$ noktasındaki teğeti x eksenini ile negatif yönde 240° lik açı yapmaktadır.

$f''(x) = 2\sqrt{3}x$ olduğuna göre, eğrinin y eksenini kestiği noktanın ordinatı kaçtır?

- A) $-\frac{8\sqrt{3}}{3}$ B) $-\frac{7\sqrt{3}}{3}$ C) $-2\sqrt{3}$
 D) $\frac{8\sqrt{3}}{3}$ E) $3\sqrt{3}$