

© Hazırlayan: www.matematikkafe.com

YKS MATEMATİK
İŞLEM
ÖZET KONU ANLATIM KİTAPÇIĞI

İbrahim Demir – Matematik Öğretmeni

NOT: Bu pdf sürekli güncellenmektedir. Son
güncelleme: 05.10.2026

Son güncel haline ve diğer konulara [Bu Linkten](#)
ulaşabilirsiniz.

İŞLEM

A. TANIM

Herhangi bir A kümesinden A kümesine tanımlanan her fonksiyona **birli işlem** denir.

$A \subset B$ olmak üzere, $A \times A$ kümesinden B kümesine tanımlanan her fonksiyona **ikili işlem** veya kısaca **işlem** denir. İşlemler; $+$, $-$, $:$, $\times$, Δ , $\bigcirc$, $\square$, $\star$ gibi simgelerle gösterilir. Örneğin; $z = x \circ y$ "x işlem y" diye okunur.

Neden Farklı İşlemlere Gerek Duyulmuştur?

Örneğin biliyoruz ki bir futbol takımı galibiyete 3, beraberliğe 1 puan almaktadır. Bir futbol takımının puanını

$g \blacktriangledown b = 3g + b$ işlemiyle bulabiliriz. Bir takım 8 galibiyet, 5 beraberlik almış ise puanı :

$$8 \blacktriangledown 5 = 3 \cdot 8 + 5 = 29 \text{ olur.}$$

Sonuç olarak dört işlem yardımıyla tanımladığımız bu yeni işlemler birkaç hesabı içinde barındırır ve kolaylık sağlar.

B. İŞLEMİN ÖZELİKLERİ

A kümesinde $\blacktriangle$ ve $\star$ işlemleri tanımlanmış olsun. Buna göre, aşağıdaki 7 özeliği inceleyelim.

1. Kapalılık Özeliği

$\forall a, b \in A$ için $a \blacktriangle b$ nin sonucu A kümesinin bir elemanı ise, A kümesi $\blacktriangle$ işlemine göre kapalıdır. ($\forall$: Her)

2. Değişme Özeliği

$\forall a, b \in A$ için, $a \blacktriangle b = b \blacktriangle a$ ise, işleminin değişme özeliği vardır.

3. Birleşme Özeliği

$\forall a, b, c \in A$ için $a \blacktriangle (b \blacktriangle c) = (a \blacktriangle b) \blacktriangle c$ ise, $\blacktriangle$ işleminin birleşme özeliği vardır.

4. Birim (Etkisiz) Eleman Özeliği

$\forall x \in A$ için, $x \blacktriangle e = e \blacktriangle x = x$ ise, e ye $\blacktriangle$ işleminin etkisiz elemanı denir.

$e \in A$ ise, $\blacktriangle$ işlemine göre A kümesi birim eleman özeliğine sahiptir.

5. Ters Eleman Özeliği

$\blacktriangle$ işleminin etkisiz elemanı e olsun.

$\forall a \in A$ için, $a \blacktriangle b = b \blacktriangle a = e$ olacak biçimde bir b varsa b elemanına $\blacktriangle$ işlemine göre a nın tersi denir.

a nın tersi b ise genellikle $b = a^{-1}$ biçiminde gösterilir.

UYARI ➡ Birim elemanı olmayan bir işlemde ters eleman bulunamaz.

UYARI ➡ Birim elemanın tersi kendisine eşittir.

UYARI ➡ Ters kendisine eşit olan her eleman birim eleman olmayabilir.

6. Dağılma Özeliği

$\forall a, b, c \in A$ için,

$$a \star (b \blacktriangle c) = (a \star b) \blacktriangle (a \star c) \text{ ise,}$$

$\star$ işleminin $\blacktriangle$ işlemi üzerine soldan dağılma özeliği vardır.

7. Yutan Eleman Özeliği

$\forall x \in A$ için, $x \blacktriangle y = y \blacktriangle x = y$ olacak biçimde bir y varsa y ye $\blacktriangle$ işleminin yutan elemanı denir.

UYARI ➡ Yutan elemanın tersi yoktur. Fakat tersi olmayan her eleman yutan eleman değildir.

C. TABLO İLE TANIMLANMIŞ İŞLEMLER

$A = \{a, b, c, d\}$ kümesinde Δ işlemi aşağıdaki tablo ile tanımlanmış olsun.

Δ	a	b	c	d	
a	b	c	d	a	→ Başlangıç satırı
b	c	d	a	b	
c	d	a	b	c	
d	a	b	c	d	
	↓ Başlangıç sütunu				↘ Köşegen

- ➡ $b \Delta c$ nin sonucu bulunurken, başlangıç sütununda b, başlangıç satırında c bulunur. Bunların kesiştiği bölgedeki eleman, $b \Delta c$ nin sonucudur. Buna göre, $b \Delta c = a$ dır.
- ➡ Başlangıç satırındaki ve başlangıç sütunundaki elemanların sonuçlarının görüldüğü kısımda A kümesine ait olmayan eleman yoksa A kümesi Δ işlemine göre kapalıdır.
- ➡ Sonuçlar kısmı, köşegene göre simetrik ise, Δ işleminin **değişme özeliği** vardır.
- ➡ Tablonun sonuçlar kısmında, başlangıç sütununun ve başlangıç satırının görüldüğü sütunun ve satırın kesişimindeki eleman **etkisiz** elemandır.
- ➡ Yutan eleman hangi elemanla işleme girerse girsin, sonuç kendisine eşit olur. Bunun için, tablonun sonuçlar kısmında aynı elemandan oluşan satır ve sütun belirlenir. Bulunan **yutan** elemandır.

Örnek; Aşağıdaki tabloda verilen @ işleminin özelliklerini araştırınız.



Alıştırmalar:

1. İnsanlar kümesinde konuşma işlemi değişmelimidir?
2. Renkler kümesinde karıştırma işleminin birleşme özeliği var mıdır? Bu işlemin birim elemanı var mıdır?

Not: Aşağıdaki bölüm üniversite sınavında çıkmayabilir.

D. MATEMATİK SİSTEMLER

1. Tanım

A , boş olmayan bir küme olmak üzere, $\star$ işlemi A da tanımlı olsun. $(A, \star)$ ikilisine matematik sistem denir.

2. Grup

$A \neq \emptyset$ olmak üzere, A kümesinde tanımlı $\star$ işlemi aşağıdaki dört koşulu sağlıyorsa, A kümesi $\star$ işlemine göre bir gruptur.

I) A , $\star$ işlemine göre kapalıdır.

II) A üzerinde $\star$ işleminin birleşme özeliği vardır.

III) A üzerinde $\star$ işleminin birim (etkisiz) elemanı vardır.

IV) A üzerinde $\star$ işlemine göre her elemanın tersi vardır.

A üzerinde tanımlı $\star$ işleminin değişme özeliği de varsa $(A, \star)$ sistemi **değişmeli gruptur**.

3. Halka

$A \neq \emptyset$ olmak üzere, A kümesi üzerinde tanımlı Δ ve $\star$ işlemleri aşağıdaki üç koşulu sağlıyorsa $(A, \Delta, \star)$ sistemi bir halkadır.

I) (A, Δ) sistemi değişmeli gruptur.

II) A kümesi $\star$ işlemine göre kapalıdır.

III) $\star$ işleminin Δ işlemi üzerinde dağılma özeliği vardır.

UYARI $\star$ işleminin değişme özeliği de varsa $(A, \Delta, \star)$ sistemi **değişmeli halkadır**.

Matematik Kafe