**Matematikkafe.com**

**YKS MATEMATİK**

**İŞLEM**

**KONU ANLATIM KİTAPÇIĞI**

**İŞLEM**

**A. TANIM**

Herhangi bir A kümesinden A kümesine tanımlanan her fonksiyona **birli işlem** denir.

|  |
| --- |
| A  B olmak üzere, A x A kümesinden B kümesine tanımlanan her fonksiyona **ikili işlem** veya kısaca **işlem** denir. İşlemler; + , – , : , x, , , , gibi simgelerle gösterilir. Örneğin; z= xoy “x işlem y” diye okunur. |

**Neden Farklı İşlemlere Gerek Duyulmuştur?**

Örneğin biliyoruz ki bir futbol takımı galibiyete 3, beraberliğe 1 puan almaktadır. Bir futbol takımının puanını

g▼b = 3g + b işlemiyle bulabiliriz. Bir takım 8 galibiyet, 5 beraberlik almış ise puanı :

8▼5 = 3.8 + 5 = 29 olur.

Sonuç olarak dört işlem yardımıyla tanımladığımız bu yeni işlemler birkaç hesabı içinde barındırır ve kolaylık sağlar.

**B. İŞLEMİN ÖZELİKLERİ**

A kümesinde http://www.torpil.com/torpil/oss_oks_kpss_yds/anfi/matematik/islem/ucgen.gifve  işlemleri tanımlanmış olsun. Buna göre, aşağıdaki 7 özeliği inceleyelim.

**1. Kapalılık Özeliği**

a, b  A için ahttp://www.torpil.com/torpil/oss_oks_kpss_yds/anfi/matematik/islem/ucgen.gifb nin sonucu A kümesinin bir elemanı ise, A kümesi http://www.torpil.com/torpil/oss_oks_kpss_yds/anfi/matematik/islem/ucgen.gifişlemine göre kapalıdır. (: Her)

**2. Değişme Özeliği**

a, b  A için, ahttp://www.torpil.com/torpil/oss_oks_kpss_yds/anfi/matematik/islem/ucgen.gifb = bhttp://www.torpil.com/torpil/oss_oks_kpss_yds/anfi/matematik/islem/ucgen.gifa ise, işleminin değişme özeliği vardır.

**3. Birleşme Özeliği**

a, b, c  A için ahttp://www.torpil.com/torpil/oss_oks_kpss_yds/anfi/matematik/islem/ucgen.gif(bhttp://www.torpil.com/torpil/oss_oks_kpss_yds/anfi/matematik/islem/ucgen.gifc) = (ahttp://www.torpil.com/torpil/oss_oks_kpss_yds/anfi/matematik/islem/ucgen.gifb)http://www.torpil.com/torpil/oss_oks_kpss_yds/anfi/matematik/islem/ucgen.gifc ise, http://www.torpil.com/torpil/oss_oks_kpss_yds/anfi/matematik/islem/ucgen.gifişleminin birleşme özeliği vardır.

**4. Birim (Etkisiz) Eleman Özeliği**

 x  A için, xhttp://www.torpil.com/torpil/oss_oks_kpss_yds/anfi/matematik/islem/ucgen.gife = ehttp://www.torpil.com/torpil/oss_oks_kpss_yds/anfi/matematik/islem/ucgen.gifx = x ise, e ye http://www.torpil.com/torpil/oss_oks_kpss_yds/anfi/matematik/islem/ucgen.gifişleminin etkisiz elemanı denir.

e  A ise, http://www.torpil.com/torpil/oss_oks_kpss_yds/anfi/matematik/islem/ucgen.gifişlemine göre A kümesi birim eleman özeliğine sahiptir.

**5. Ters Eleman Özeliği**

http://www.torpil.com/torpil/oss_oks_kpss_yds/anfi/matematik/islem/ucgen.gifişleminin etkisiz elemanı e olsun.

 a  A için, ahttp://www.torpil.com/torpil/oss_oks_kpss_yds/anfi/matematik/islem/ucgen.gifb = bhttp://www.torpil.com/torpil/oss_oks_kpss_yds/anfi/matematik/islem/ucgen.gifa = e olacak biçimde bir b varsa b elemanına http://www.torpil.com/torpil/oss_oks_kpss_yds/anfi/matematik/islem/ucgen.gifişlemine göre a nın tersi denir.

a nın tersi b ise genellikle b = a–1 biçiminde gösterilir.

**UYARI**Birim elemanı olmayan bir işlemde ters eleman bulunamaz.

**UYARI**Birim elemanın tersi kendisine eşittir.

**UYARI**Tersi kendisine eşit olan her eleman birim eleman olmayabilir.

**6. Dağılma Özeliği**

 a, b, c  A için,

           a  (bhttp://www.torpil.com/torpil/oss_oks_kpss_yds/anfi/matematik/islem/ucgen.gifc) = (a  b)http://www.torpil.com/torpil/oss_oks_kpss_yds/anfi/matematik/islem/ucgen.gif(a  c) ise,

 işleminin http://www.torpil.com/torpil/oss_oks_kpss_yds/anfi/matematik/islem/ucgen.gifişlemi üzerine soldan dağılma özeliği vardır.

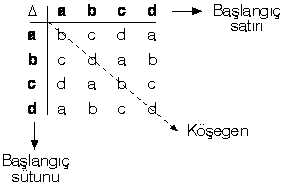
**7. Yutan Eleman Özeliği**

 x  A için, xhttp://www.torpil.com/torpil/oss_oks_kpss_yds/anfi/matematik/islem/ucgen.gify = yhttp://www.torpil.com/torpil/oss_oks_kpss_yds/anfi/matematik/islem/ucgen.gifx = y olacak biçimde bir y varsa y ye http://www.torpil.com/torpil/oss_oks_kpss_yds/anfi/matematik/islem/ucgen.gifişleminin yutan elemanı denir.

**UYARI**Yutan elemanın tersi yoktur. Fakat tersi olmayan her eleman yutan eleman değildir.

**C. TABLO İLE TANIMLANMIŞ İŞLEMLER**

A = {a, b, c, d} kümesinde  işlemi aşağıdaki tablo ile tanımlanmış olsun.



  b c nin sonucu bulunurken, başlangıç sütununda b, başlangıç satırında c bulunur. Bunların kesiştiği bölgedeki eleman, b c nin sonucudur. Buna göre, b c = a dır.

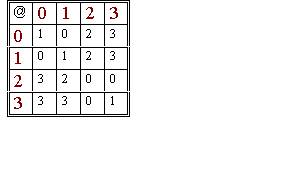
  Başlangıç satırındaki ve başlangıç sütunundaki elemanların sonuçlarının görüldüğü kısımda A kümesine ait olmayan eleman yoksa A kümesi işlemine göre kapalıdır.

  Sonuçlar kısmı, köşegene göre simetrik ise, işleminin **değişme özeliği** vardır.

  Tablonun sonuçlar kısmında, başlangıç sütununun ve başlangıç satırının görüldüğü sütunun ve satırın kesişimindeki eleman **etkisiz** elemandır.

  Yutan eleman hangi elemanla işleme girerse girsin, sonuç kendisine eşit olur. Bunun için, tablonun sonuçlar kısmında aynı elemandan oluşan satır ve sütun belirlenir. Bulunan **yutan** elemandır.

**Örnek;** Aşağıdaki tabloda verilen @ işleminin özeliklerini araştırınız.



**Alıştırmalar:**

1. İnsanlar kümesinde konuşma işlemi değişmelimidir?

2. Renkler kümesinde karıştırma işleminin birleşme özeliği var mıdır? Bu işlemin birim elemanı var mıdır?

**Not: Aşağıdaki bölüm üniversite sınavında çıkmayabilir**

**D. MATEMATİK SİSTEMLER**

**1. Tanım**

A, boş olmayan bir küme olmak üzere,  işlemi A da tanımlı olsun.

(A, ) ikilisine matematik sistem denir.

**2. Grup**

A  olmak üzere, A kümesinde tanımlı  işlemi aşağıdaki dört koşulu sağlıyorsa, A kümesi  işlemine göre bir gruptur.

**I)** A,  işlemine göre kapalıdır.

**II)** A üzerinde  işleminin birleşme özeliği vardır.

**III)** A üzerinde  işleminin birim (etkisiz) elemanı vardır.

**IV)** A üzerinde  işlemine göre her elemanın tersi vardır.

|  |
| --- |
| A üzerinde tanımlı  işleminin değişme özeliği de varsa (A, ) sistemi **değişmeli gruptur.** |

**3. Halka**

A  olmak üzere, A kümesi üzerinde tanımlı  ve  işlemleri aşağıdaki üç koşulu sağlıyorsa (A, , ) sistemi bir halkadır.

**I)** (A, ) sistemi değişmeli gruptur.

**II)** A kümesi  işlemine göre kapalıdır.

**III)**  işleminin  işlemi üzerinde dağılma özeliği vardır.

**UYARI** işleminin değişme özeliği de varsa (A, , ) sistemi **değişmeli halkadır.**

Matematik Kafe