

Ortaöğretim Alanı

Föy No.

MF - TM

17

Bu kitapçığın her hakkı saklıdır. Tüm hakları eis Yayınları'na aittir. Kısmen de olsa alıntı yapılamaz. Metin ve sorular, kitapçığı yayımlayan şirketin önceden izni olmaksızın elektronik, mekanik, fotokopi ya da herhangi bir kayıt sistemiyle çoğaltılamaz, yayımlanamaz.

Adı Soyadı:

İNTEGRAL - III

TRİGONOMETRİK FONKSİYONLARIN İNTEGRALLERİ

$$\int \cos x dx = \sin x + c$$

$$\int \cos(ax + b) dx = \frac{1}{a} \cdot \sin(ax + b) + c$$

$$\int \sin x dx = -\cos x + c$$

$$\int \sin(ax + b) dx = -\frac{1}{a} \cdot \cos(ax + b) + c$$

Örnek 1

Aşağıdaki integrallerin eşitini bulunuz.

$$\star \int \sin 2x dx = \dots\dots\dots$$

$$\star \int \cos(3x + 1) dx = \dots\dots\dots$$

$$\star \int \sin(1 - 2x) dx = \dots\dots\dots$$

Örnek 2

$$\int \sin 2x \cdot \cos 2x dx$$

İntegralinin eşitini bulunuz.

Örnek 3

$$\int (\sin x - \cos x)^2 dx$$

İntegralinin eşitini bulunuz.

Örnek 4

$$\int \cos^4 x dx - \int \sin^4 x dx$$

İntegralinin eşitini bulunuz.

Örnek 5

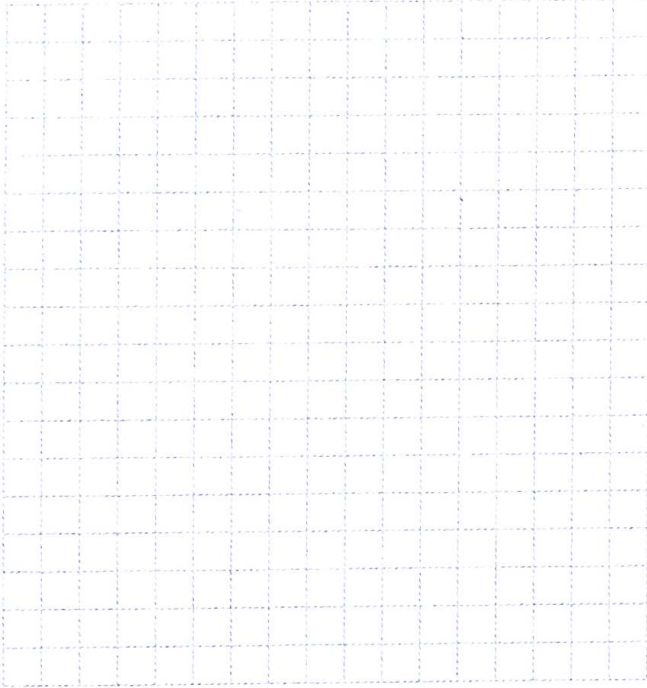
$$6 \int \cos^2 x dx - \int 3 dx$$

İntegralinin eşitini bulunuz.

Örnek 6

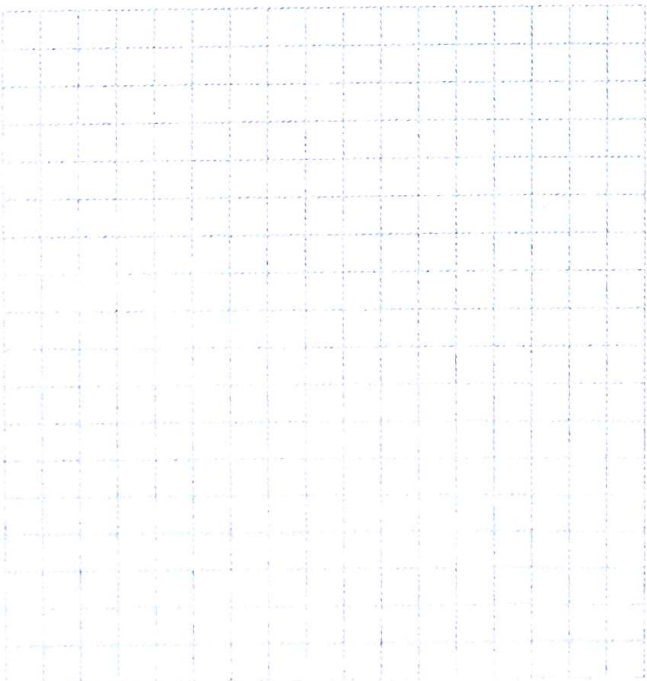
$$\int e^{\cos x} \cdot \sin x dx$$

integralinin eşitini bulunuz.

**Örnek 7**

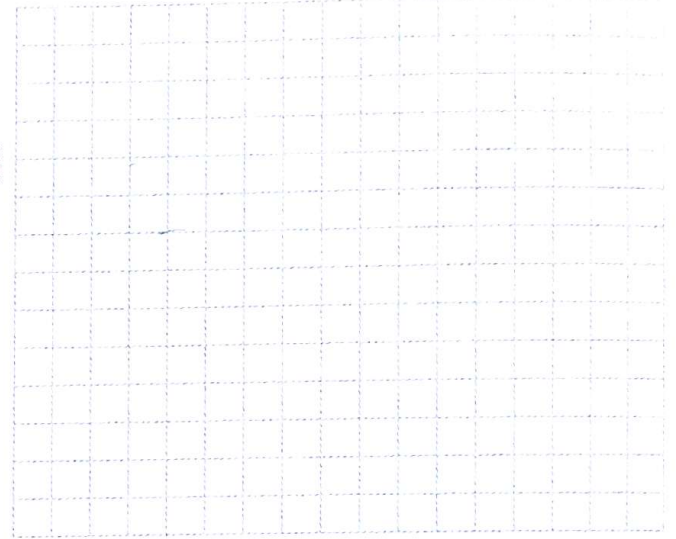
$$\int \sin(\sin^2 x) \cdot \sin 2x dx$$

integralinin eşitini bulunuz.

**Örnek 8**

$$\int \cot x dx$$

integralinin eşitini bulunuz.



$x \neq (2k+1)\frac{\pi}{2}$ ve $k \in \mathbb{Z}$ olmak üzere,

$$\int (1 + \tan^2 x) dx = \int \frac{dx}{\cos^2 x} = \int \sec^2 x dx = \tan x + c$$

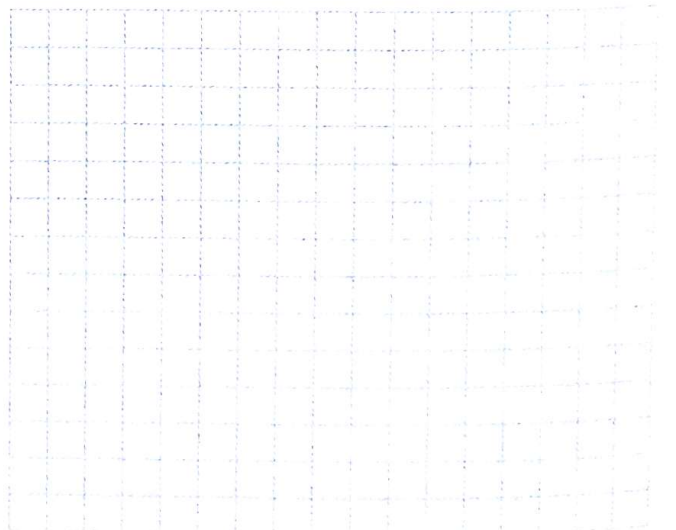
$x \neq k\pi$ ve $k \in \mathbb{Z}$ olmak üzere,

$$\int (1 + \cot^2 x) dx = \int \frac{dx}{\sin^2 x} = \int \operatorname{cosec}^2 x dx = -\cot x + c$$

Örnek 9

$$\int \tan^2 x dx$$

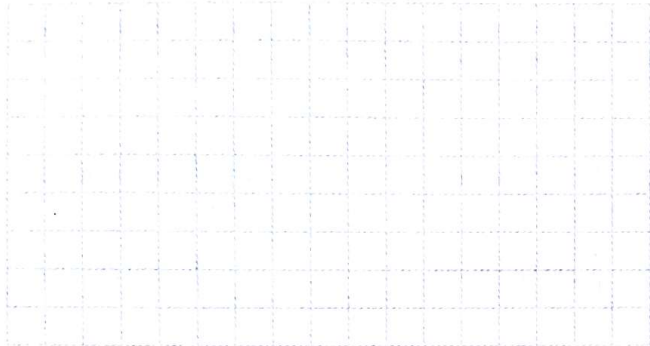
integralinin eşitini bulunuz.



Örnek 10

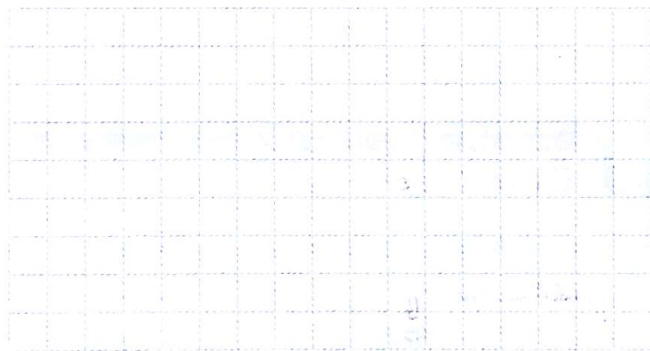
$$\int \frac{dx}{\cos 2x - 1}$$

integralinin eşitini bulunuz.

**Örnek 11**

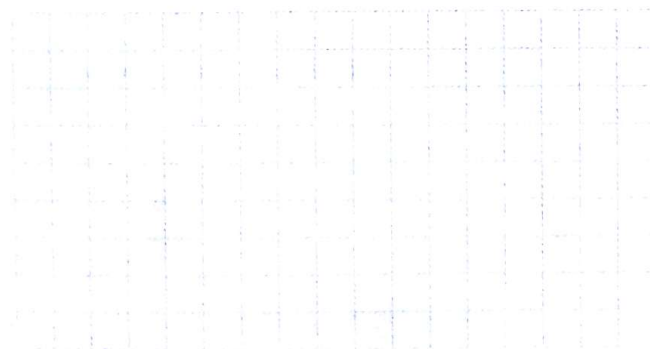
$$\int \frac{2^{\tan x}}{\cos^2 x} dx$$

integralinin eşitini bulunuz.

**Örnek 12**

$$\int \frac{\cos x + \sin x}{\cos x - \sin x} dx$$

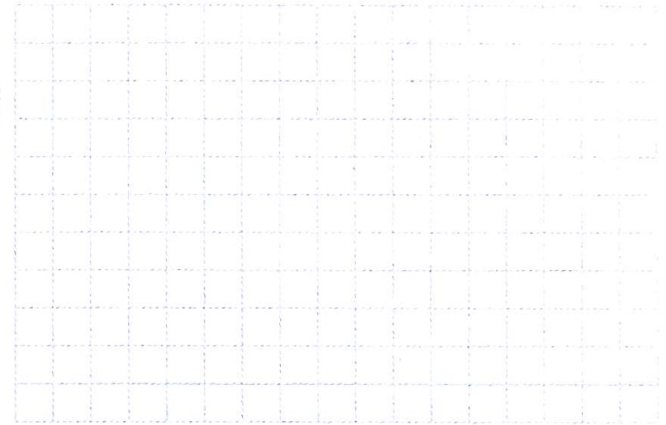
integralinin eşitini bulunuz.

**Örnek 13**

x pozitif gerçek sayı olmak üzere,

$$\int \frac{\sin(\ln 2x)}{x} dx$$

integralinin eşitini bulunuz.



sinx ve cosx İFADELERİNİN TAM SAYI KUVVETLERİ BULUNAN İNTEGRALLER

m ve n tam sayı olsun.

$$\int (\sin x)^{2n+1} \cdot (\cos x)^{2m+1} dx$$

integralinde kuvveti mutlak değerce küçük olan ifade

$$(\sin x)^{2n+1} = (\sin x)^{2n} \cdot \sin x \text{ veya}$$

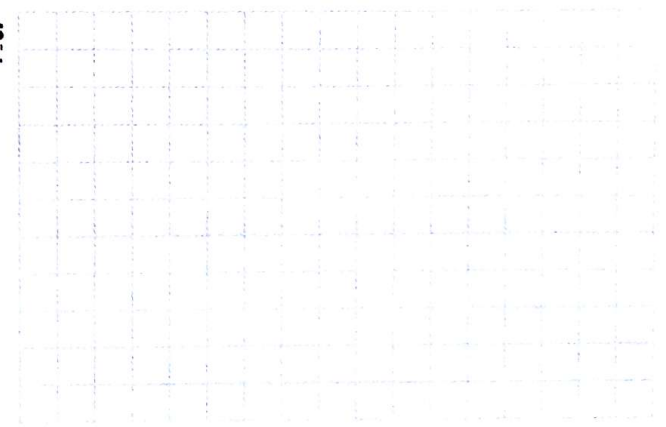
$$(\cos x)^{2m+1} = (\cos x)^{2m} \cdot \cos x$$

biçiminde yazılarak sırasıyla $\cos x = t$ veya $\sin x = t$ dönüşümü yapılır.

Örnek 14

$$\int \sin^3 x \cdot \cos^5 x dx$$

integralinin eşitini bulunuz.



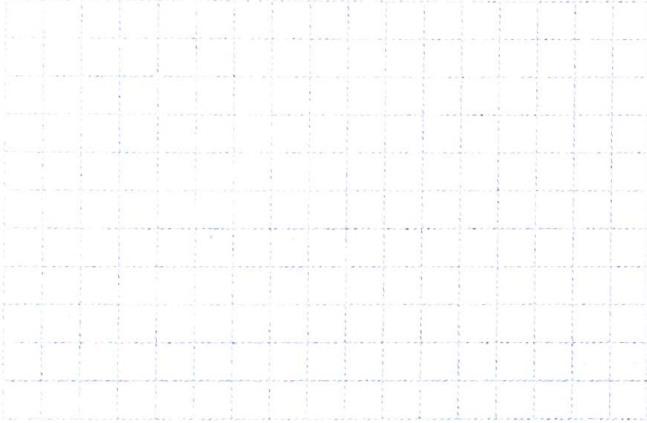
$$\int (\sin x)^{2n} \cdot (\cos x)^{2m+1} dx$$

integrallerinde kuvveti tek olan ifade $(\cos x)^{2m} \cdot \cos x$ biçiminde yazılarak dönüşüm uygulanır.

Örnek 15

$$\int \frac{\cos^3 x}{\sin^2 x} dx$$

integralinin eşitini bulunuz.



$$\int (\sin x)^{2n} \cdot (\cos x)^{2m} dx$$

integrallerinde n ve m pozitif tam sayı ise

$$2\sin^2 x = 1 - \cos 2x$$

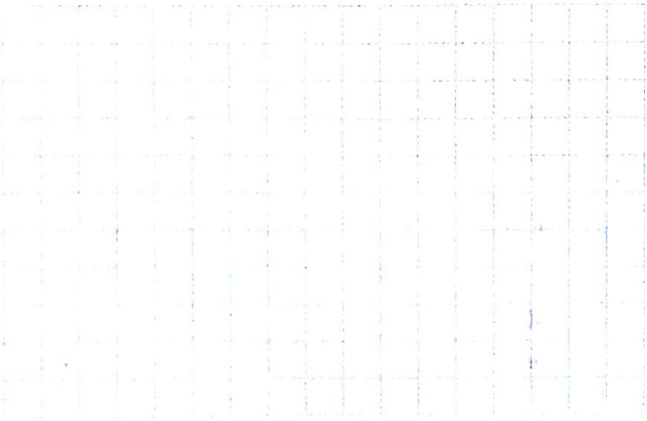
$$2\cos^2 x = 1 + \cos 2x$$

yarım açı formülleri kullanılır.

Örnek 16

$$\int \sin^2 x dx$$

integralinin eşitini bulunuz.



Örnek 17

$0 < u < \frac{\pi}{2}$ olmak üzere,

$$\int x^2 \cdot \sqrt{1-x^2} dx$$

integralinde $x = \cos u$ dönüşümü yapılırsa aşağıdaki integrallerden hangisi elde edilir?

eis
Yayınları

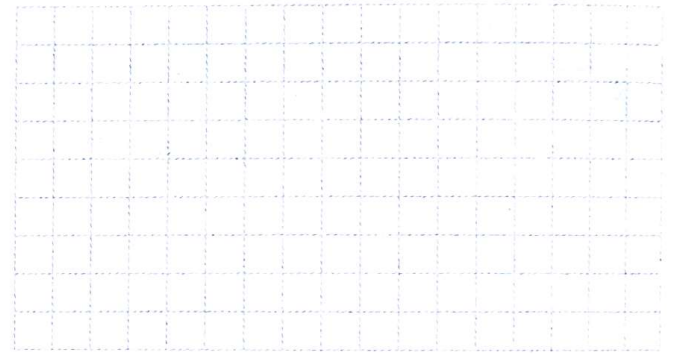
A) $-\int \cos^2 u \cdot \sin^2 u du$

B) $\int \cos^2 u \cdot \sin^2 u du$

C) $-\int \cos^3 u \cdot \sin u du$

D) $\int \sin^3 u \cdot \cos u du$

E) $\int \sin u \cdot \cos u du$



eis
Yayınları

Örnek 18

$\frac{\pi}{2} < t < \pi$ olmak üzere,

$$\int \frac{dx}{\sqrt{4+x^2}}$$

integralinde $x = 2 \cdot \tan t$ dönüşümü yapılırsa aşağıdaki integrallerden hangisi elde edilir?

A) $\int \frac{dt}{\cos t}$

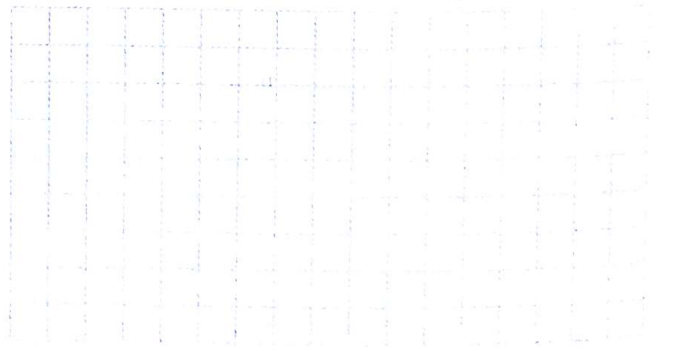
B) $-\int \frac{dt}{\cos t}$

C) $\int \frac{dt}{\sin t}$

D) $-\int \frac{dt}{\sin t}$

E) $\int \tan t dt$

eis
Yayınları



1. $\int \sin 3x dx$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-\frac{\cos 3x}{3} + c$ B) $-\cos 3x + c$ C) $\frac{\cos 3x}{3} + c$
D) $\cos 3x + c$ E) $\frac{\sin 3x}{3} + c$

2. $\int \cos(2x + 5) dx$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{\cos(2x + 5)}{2} + c$ B) $\frac{\sin(2x + 5)}{2} + c$
C) $-\frac{\sin(2x + 5)}{2} + c$ D) $-\frac{\cos(2x + 5)}{2} + c$
E) $\sin(2x + 5) + c$

3. $\int 2 \cdot \sin x \cdot \cos x dx$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{\sin 2x}{2} + c$ B) $\frac{\cos 2x}{2} + c$ C) $-\frac{\sin 2x}{2} + c$
D) $-\frac{\cos 2x}{2} + c$ E) $\cos 2x + c$

4. $\int (\sin x + \cos x)^2 dx$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x - \frac{\cos 2x}{2} + c$ B) $x + \frac{\cos 2x}{2} + c$
C) $x - \frac{\sin 2x}{2} + c$ D) $x + \frac{\sin 2x}{2} + c$
E) $-x + \frac{\cos 2x}{2} + c$

5. $\int (\cos^2 x - \sin^2 x) dx$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{\cos 2x}{2} + c$ B) $-\frac{\sin 2x}{2} + c$ C) $-\frac{\cos 2x}{2} + c$
D) $\sin 2x + c$ E) $\frac{\sin 2x}{2} + c$

6. $\int 4 \cdot \sin^3 x \cdot \cos x dx$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\sin^3 x + c$ B) $\sin^4 x + c$ C) $\cos^3 x + c$
D) $\cos^4 x + c$ E) $\sin^3 x \cdot \cos x + c$

7. $\int e^x \cdot \cos(e^x) dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $-\sin e^x + c$ B) $\sin e^x + c$ C) $\cos e^x + c$
D) $-\cos e^x + c$ E) $e^x + \sin e^x + c$

8. $\int \cos x \cdot \sin(\sin x) dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $-\cos(\sin x) + c$ B) $\sin(\sin x) + c$
C) $\tan(\sin x) + c$ D) $-\cos(\cos x) + c$
E) $-\sin(\cos x) + c$



9.

$$\int \tan x dx$$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\ln |\tan x| + c$ B) $\ln |\cos x| + c$ C) $-\ln |\cos x| + c$
 D) $\frac{1}{2} \cdot \tan^2 x + c$ E) $\tan^2 x + c$

10.

$$\int \frac{\sin x}{\cos^2 x} dx$$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $-\frac{1}{\cos x} + c$ B) $\frac{1}{\cos x} + c$ C) $-\frac{1}{\sin x} + c$
 D) $\frac{1}{\sin x} + c$ E) $\frac{1}{\tan x} + c$

11.

$$\int \frac{\tan x}{\cos^2 x} dx$$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\tan x + c$ B) $\frac{\tan^2 x}{2} + c$ C) $\frac{\tan^3 x}{3} + c$
 D) $\ln |\cos x| + c$ E) $\ln(\cos^2 x) + c$

12.

$$\int e^{\tan x} \cdot \sec^2 x dx$$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\tan x + e^{\tan x} + c$ B) $x + e^{\tan x} + c$
 C) $e^{\tan x} + c$ D) $\sin x \cdot e^{\tan x} + c$
 E) $\cos x + e^{\tan x} + c$

13. $0 < t < \frac{\pi}{2}$ olmak üzere,

$$\int \sqrt{1-x^2} dx$$

integralinde $x = \sin t$ dönüşümü yapılırsa aşağıdaki integrallerden hangisi elde edilir?

- A) $\int \cos^2 t dt$ B) $\int \sin^2 t dt$ C) $\int \tan^2 t dt$
 D) $\int \cot^2 t dt$ E) $\int \sec^2 t dt$

14.

$$\int (x-1) \cdot \sin(x^2-2x) dx$$

integralinde $u = x^2 - 2x$ dönüşümü yapılırsa aşağıdaki integrallerden hangisi elde edilir?

- A) $\int \frac{1}{2} \cdot \sin u du$ B) $\int \cos u du$
 C) $\int \frac{1}{2} \cdot \cos u du$ D) $\int 2 \cdot \sin u du$
 E) $\int \left(\frac{1}{2} + \sin u \right) du$

1. $\int \cos(\sin^2 x) \cdot \sin 2x \, dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\cot(\cos^2 x) + c$ B) $\tan(\cos^2 x) + c$
 C) $\sin(\cos^2 x) + c$ D) $\cos(\sin^2 x) + c$
 E) $\sin(\sin^2 x) + c$

4. $\int \frac{\cos x}{\cos^2(\sin x)} \, dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $-\tan(\cos x) + c$ B) $\cot(\sin x) + c$
 C) $\tan(\sin x) + c$ D) $\cot(\cos x) + c$
 E) $\tan(\cos x) + c$

eis
Yayınları

2. $\int \frac{\cos 4x}{4 + \sin 4x} \, dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $2 \cdot \ln(4 + \cos 4x) + c$ B) $4 \cdot \ln |\sin 4x| + c$
 C) $\frac{1}{4} \cdot \ln(4 + \sin 4x) + c$ D) $2 \cdot \ln |\cos 4x| + c$
 E) $\frac{1}{2} \cdot \ln(4 + \sin 4x) + c$

eis
Yayınları

5. $\int \frac{\sin^3 x}{1 - \cos x} \, dx$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\sin x + \frac{1}{3} \cos^3 x + c$ B) $\sin x - \frac{1}{3} \cos^3 x + c$
 C) $-\cos x - \sin^2 x + c$ D) $\sin 2x - \frac{1}{3} \cos^3 x + c$
 E) $-\cos x - \frac{1}{4} \cos 2x + c$

eis
Yayınları

3. $\int \frac{\cos(\ln x) + x}{x} \, dx$

Integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(\ln x)^2 + c$ B) $\ln(\cos x) + c$ C) $2 \cdot \ln^2(\sin x) + c$
 D) $\frac{\cos(\ln x)}{x} + c$ E) $\sin(\ln x) + x + c$

6. $\int (\tan^3 x + \tan x) \, dx$

Integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\tan^2\left(\frac{x}{2}\right) + c$ B) $\frac{\tan^2 x}{2} + c$ C) $\frac{\tan x}{2} + c$
 D) $2 \cdot \tan^2 x + c$ E) $2 \cdot \tan x + c$

7. $\int f'(x) \cdot \sin x dx + \int \cos x \cdot f(x) dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\cos x \cdot f'(x) + x + c$ B) $\sin x \cdot f(x) + c$
 C) $f(x) \cdot (\sin x + \cos x) + c$ D) $\sin x \cdot f'(x) + c$
 E) $\cos x \cdot f(x) + c$

8. $\int \sin^4 x \cdot \cos^3 x dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{1}{5} \cdot \sin^5 x + \frac{1}{7} \cdot \cos^7 x + c$ B) $\frac{1}{5} \cdot \cos^5 x - \frac{1}{7} \cdot \sin^7 x + c$
 C) $\frac{1}{5} \cdot \sin^5 x - \frac{1}{7} \cdot \sin^7 x + c$ D) $\frac{1}{5} \cdot \sin^5 x + \frac{1}{7} \cdot \sin^7 x + c$
 E) $\frac{1}{10} \cdot \sin^5 x + \frac{1}{7} \cdot \sin^7 x + c$

9. $\int \sin^3 x dx$

Integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{1}{4} \cdot \sin^4 x + c$ B) $\sin x + \frac{1}{3} \cdot \cos^3 x + c$
 C) $\frac{1}{3} \cdot \cos^3 x - \cos x + c$ D) $\cos^3 x - \frac{1}{2} \cdot \cos x + c$
 E) $\cos^3 x - \cos x + c$

10. $\int 3 \cos^2 x dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{1}{2}x + \frac{3}{4} \cdot \sin 2x + c$ B) $\frac{3}{4}x + \frac{3}{2} \cdot \sin 2x + c$
 C) $x + \sin 2x + c$ D) $3x + 3 \cdot \sin 2x + c$
 E) $\frac{3}{2}x + \frac{3}{4} \cdot \sin 2x + c$

11. $\int (\tan^2 x + \tan^4 x + \tan^6 x + \tan^8 x) dx$

integrali aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\tan x + \frac{\tan^3 x}{3} + c$ B) $\frac{\tan^5 x}{5} + \frac{\tan^7 x}{7} + c$
 C) $\frac{\tan^3 x}{3} + \frac{\tan^7 x}{7} + c$ D) $\frac{\tan^2 x}{2} + \frac{\tan^4 x}{4} + c$
 E) $\frac{\tan^6 x}{6} + \frac{\tan^7 x}{7} + c$

12. $0 < t < \frac{\pi}{2}$ olmak üzere,

$$\int \frac{dx}{x^2 \cdot \sqrt{4 - x^2}}$$

integralinde $x = 2 \sin t$ dönüşümü yapılırsa aşağıdaki integrallerden hangisi elde edilir?

- A) $\frac{1}{2} \int \frac{dt}{\sin^2 t}$ B) $\int \frac{dt}{\sin^2 t}$ C) $\frac{1}{4} \int \frac{dt}{\cos^2 t}$
 D) $\frac{1}{4} \int \frac{dt}{\sin^2 t}$ E) $\frac{1}{2} \int \frac{dt}{\cos^2 t}$