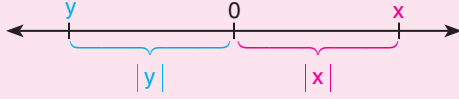


**TANIM (GEOMETRİK)**

Sayı doğrusu üzerindeki bir x gerçekte sayısının, sıfır sayısına olan uzaklığına x in mutlak değeri denir ve $|x|$ ile gösterilir.



Burada, uzaklığın asla negatif olamayacağını göz önünde bulundurunuz.

TANIM (CEBİRSEL)

$$|x| = \begin{cases} x, & x > 0 \text{ ise} \\ 0, & x = 0 \text{ ise} \\ -x, & x < 0 \text{ ise} \end{cases}$$

ÖRNEK

$$|-3| + |5|$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) -8 B) -2 C) 2 D) 3 E) 8

ÇÖZÜM

$$-3 < 0, \quad |-3| = -(-3) = 3$$

$$5 > 0, \quad |5| = 5$$

$$|-3| + |5| = 3 + 5 = 8$$

ÖRNEK

$x < 0$ olduğuna göre,

$$|x| + |-x|$$

ifadesinin eşiti nedir?

- A) -2x B) -x C) 0 D) x E) 2x

ÇÖZÜM

$$x < 0, \quad |x| = -x$$

$$x < 0 \Rightarrow -x > 0, \quad |-x| = -x$$

$$|x| + |-x| = (-x) + (-x) = -2x$$

DİKKAT

Mutlak değer içerisindeki bir ifade mutlak değer dışına çıkarılırken, öncelikle bu ifadenin işaretine bakıyoruz. Eğer işaret + ise ifadeyi olduğu gibi çıkarıyoruz, işaret - ise ifadenin önüne - işareti koyarak çıkarıyoruz.

ÖRNEK

$-1 < x < 3$ olduğuna göre,

$$|x+1| + |x-3|$$

ifadesinin eşiti nedir?

- A) -4 B) 2x - 2 C) 2 - 2x
D) 2x E) 4

ÇÖZÜM

$$-1 < x \Rightarrow x+1 > 0 \Rightarrow |x+1| = x+1$$

$$x < 3 \Rightarrow x-3 < 0 \Rightarrow |x-3| = -(x-3)$$

$$\text{İstenen} = (x+1) + [-(x-3)]$$

$$= \cancel{x} + 1 - \cancel{x} + 3 = 4$$

1. KONTROL NOKTASI

$-2 < a < 2$ olduğuna göre,

$$|a-2| + |a+2|$$

ifadesinin eşiti nedir?

- A) -4 B) 2a C) 2a - 4
D) 4 - 2a E) 4

1. Aşağıda verilen eşitliklerden hangileri doğrudur?

I. $\left| -\frac{1}{2} \right| = -\frac{1}{2}$

II. $|-6| = 6$

III. $|0| = 0$

A) Yalnız III B) I ve III

C) II ve III D) I ve II

E) I, II ve III

2. Aşağıda verilen eşitliklerden hangileri her x gerçel sayısı için sağlanır?

I. $|x - 1| = |1 - x|$

II. $|x| = |-x|$

III. $|1 - |x|| = ||-x| - 1|$

A) Yalnız II B) I ve II

C) I ve III D) II ve III

E) I, II ve III

3. $x \in \mathbb{R} - \{0\}$ olduğuna göre,

$$\frac{|2x| + |-3x|}{-|-x|}$$

işleminin sonucu kaçtır?

A) -5 B) -1 C) 1

D) 4 E) 5

4. Aşağıda verilen eşitliklerden hangileri doğrudur?

I. $|2^{22} - 3^{33}| = |3^{33} - 2^{22}|$

II. $\left| \frac{1}{17} - 1 \right| = \left| 1 - \frac{1}{17} \right|$

III. $|-6 \cdot 8| = |-6| \cdot |-8|$

A) Yalnız I B) I ve II

C) I ve III D) II ve III

E) I, II ve III

5. $x < y < 0$ olduğuna göre,

$$|x| + |y| + |x - y|$$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $-2x$ B) $-2y$

C) $2y - 2x$ D) $2x - 2y$

E) 0

6. x gerçel sayısı için,

$$x + |x| = 0$$

olduğuna göre, x aşağıdakilerden hangisine eşit olamaz?

A) -6 B) -3 C) -1

D) 0 E) 2

7. $|2 - |-3||$

işleminin sonucu kaçtır?

A) -5

B) -3

C) -1

D) 1

E) 5

8. a ve b gerçel sayıları için,

$$|a| = 2$$

$$|b| = 3$$

olduğuna göre, $a + b$ toplamının mümkün olan en küçük değeri kaçtır?

A) -5

B) -1

C) 0

D) 1

E) 5

9. a ve b gerçel sayıları için,

$$|a - b| = a - b$$

$$|a| = -a$$

olduğuna göre, aşağıdaki sıralamalardan hangisi her zaman doğrudur?

A) $0 > a > b$

B) $0 \geq a \geq b$

C) $a > 0 > b$

D) $a \geq 0 \geq b$

E) $a \geq b \geq 0$



1. C

2. E

3. A

4. E

5. A

6. E

7. D

8. A

9. B

**Mutlak Değerin Özellikleri:**

- $|x| = |-x|$
- $|x \cdot y| = |x| \cdot |y|$
- $\left|\frac{x}{y}\right| = \frac{|x|}{|y|}$, $y \neq 0$
- $|x - y| = |y - x|$
- $|x| = 0$ ise $x = 0$
- $|x| + |y| = 0$ ise $x = 0$ ve $y = 0$

ÖRNEK

$x \neq 0$ olmak üzere,

$$|-2x| + |5x| = k \cdot |x|$$

olduğuna göre, $k \in \mathbb{R}$ sayısı kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 7

ÇÖZÜM

$$|-2 \cdot x| = |-2| \cdot |x| = 2 \cdot |x|$$

$$|5 \cdot x| = |5| \cdot |x| = 5 \cdot |x|$$

$$|-2x| + |5x| = k \cdot |x|$$

$$\Rightarrow 2 \cdot |x| + 5 \cdot |x| = k \cdot |x|$$

$$\Rightarrow 7 \cdot |x| = k \cdot |x|$$

$x \neq 0$ olduğundan
sadeleştirme yapabiliriz.

$$\Rightarrow k = 7$$

ÖRNEK

$$|x - 3| = 0$$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) -3 B) -2 C) 0 D) 2 E) 3

ÇÖZÜM

$$|x - 3| = 0 \Rightarrow x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3$$

ÖRNEK

x ve y gerçel sayıları için,

$$|x + 1| + |x + y| = 0$$

olduğuna göre, y kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

ÇÖZÜM

$$|x + 1| + |x + y| = 0$$

$$\Rightarrow x + 1 = 0 \text{ ve } x + y = 0$$

$$\Rightarrow x = -1 \text{ ve } -1 + y = 0$$

$$\Rightarrow y = 1$$

ÖRNEK

$x \in \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$|x - 2| = 6$$

olduğuna göre, $|6 - 3x|$ kaçtır?

- A) 6 B) 9 C) 12 D) 18 E) 24

ÇÖZÜM

$$|6 - 3x| = |3 \cdot (2 - x)| = |3| \cdot |2 - x|$$

$$= 3 \cdot |x - 2|$$

$$= 3 \cdot 6$$

$$= 18$$

2. KONTROL NOKTASI

x ve y gerçel sayıları için,

$$|x - y| + |x + y + 4| = 0$$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) -8 B) -2 C) 0 D) 2 E) 4

Cevap : B

1. $x \in \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$|x| = 1$$

olduğuna göre, $|-x|$ kaçtır?

- A) -1 B) $-\frac{1}{2}$ C) 0
D) 1 E) 2

2. $x \in \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$|x+1| = 0$$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0
D) 1 E) 2

3. $x, y \in \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$|x-y| = 6$$

olduğuna göre, $|y-x|$ kaçtır?

- A) -6 B) $-\frac{1}{6}$ C) $\frac{1}{6}$
D) 3 E) 6

4. $x \in \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$|2x| = 4$$

olduğuna göre, $|-x|$ kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 1
D) 2 E) 4

5. $x \in \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$|x-1| = 3$$

olduğuna göre, $|2-2x|$ kaçtır?

- A) -9 B) -6 C) -3
D) 3 E) 6

6. $x \in \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$|2x| + |-3x| = 10$$

olduğuna göre, $|x|$ kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 4
D) 5 E) 10

7. $x, y \in \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$|x-1| + |y+2| = 0$$

olduğuna göre, $x+y$ kaçtır?

- A) -3 B) -1 C) 1
D) 2 E) 3

8. $x, y \in \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$|x+y-1| + |x-y-3| = 0$$

olduğuna göre, y kaçtır?

- A) -1 B) 0 C) 1
D) 2 E) 3

9. $x \in \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$|3x+6| + |10+5x| = 16$$

olduğuna göre, $|2+x|$ kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4
D) 5 E) 6

10. $x \in \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$\left|\frac{x}{2}\right| = 3$$

olduğuna göre, $|-3x|$ kaçtır?

- A) -18 B) -6 C) 6
D) 9 E) 18

11. $x \in \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$1+3 \cdot |x-2|$$

ifadesinin mümkün olan en küçük değeri kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

12.

$$\left|\frac{3x-4}{4x+3}\right|$$

ifadesini en küçük yapan x gerçekte sayısı kaçtır?

- A) $-\frac{4}{3}$ B) $-\frac{3}{4}$ C) 0
D) $\frac{3}{4}$ E) $\frac{4}{3}$



1. D

2. B

3. E

4. D

5. E

6. B

7. B

8. A

9. A

10. E

11. A

12. E



$$|x| = a$$

denklemini verilmiş olsun.

- I. $a < 0$ ise denklemin $\mathbb{R}$ de çözüm kümesi boş kümedir.
- II. $a > 0$ ise denklemini sağlayan iki farklı x gerçekte sayısı vardır.
Dolayısıyla, denklemin $\mathbb{R}$ de çözüm kümesi iki elemanlıdır.
- III. $a = 0$ ise denklemini sağlayan bir ve yalnız bir x gerçekte sayısı vardır.
Dolayısıyla, denklemin $\mathbb{R}$ de çözüm kümesi bir elemanlıdır.

$a \in \mathbb{R}^+$ olmak üzere,

$$|x| = a \Rightarrow x = a \text{ veya } x = -a \text{ dır.}$$

Denkleminin çözüm kümesi de $\{-a, a\}$ dır.

ÖRNEK

$$|x - 1| = 3$$

denkleminin çözüm kümesi nedir?

- A) $\{4\}$ B) $\{-2, 4\}$ C) $\{-2\}$
D) $\{-1, 4\}$ E) $\{-2, -1\}$

ÇÖZÜM

$$|x - 1| = 3$$

$$\Rightarrow x - 1 = 3 \text{ veya } x - 1 = -3$$

$$\Rightarrow x = 4 \text{ veya } x = -2$$

$$\text{Çözüm Kümesi} = \{-2, 4\}$$

ÖRNEK

$$|2x - 1| = |x + 1|$$

denkleminin çözüm kümesi nedir?

- A) $\{0\}$ B) $\{0, \frac{1}{3}\}$ C) $\{\frac{1}{3}\}$
D) $\{2\}$ E) $\{0, 2\}$

ÇÖZÜM

$$|2x - 1| = |x + 1|$$

$$\Rightarrow 2x - 1 = x + 1 \text{ veya } 2x - 1 = -(x + 1)$$

$$\Rightarrow 2x - x = 1 + 1 \text{ veya } 2x + x = 1 - 1$$

$$\Rightarrow x = 2 \text{ veya } 3x = 0$$

$$\Rightarrow x = 2 \text{ veya } x = 0$$

$$\text{Çözüm Kümesi} = \{0, 2\}$$

ÖRNEK

$m \in \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$|3x - 1| = m + 2$$

denkleminin $\mathbb{R}$ de çözüm kümesi bir elemanlı olduğuna göre, m kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) $\frac{1}{3}$ D) 0 E) 2

ÇÖZÜM

$m + 2 = 0$ olması hâlinde, denklemin çözüm kümesi bir elemanlı olur.

$$m + 2 = 0 \Rightarrow m = -2$$

3. KONTROL NOKTASI

$$|x - 2| = 11$$

eşitliğini sağlayan x gerçekte sayılarının toplamı kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 4 D) 6 E) 8

Cevap : C

1. $|x| = 0$

denkleminin $\mathbb{R}$ de çözüm kümesi nedir?

- A) $\{0\}$ B) $\emptyset$
C) $[0, \infty)$ D) $(-\infty, 0]$
E) $\mathbb{R}$

2. $|x| = -3$

denkleminin $\mathbb{R}$ de çözüm kümesi nedir?

- A) $\{-3\}$ B) $\{3\}$
C) $\{-3, 3\}$ D) $\emptyset$
E) $\mathbb{R}$

3. $m \in \mathbb{R}$ olmak üzere,

$|x - 1| = m + 1$

denkleminin $\mathbb{R}$ de çözüm kümesi bir elemanlı olduğuna göre, m kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0
D) 1 E) 2

4. Aşağıda verilen denklemlerden hangisinin $\mathbb{R}$ de çözüm kümesi boş kümedir?

- A) $|2x + 1| = 3$
B) $|3x - 2| = \frac{1}{2}$
C) $|x + 1| = \sqrt{2}$
D) $\left|\frac{x-1}{2}\right| = 0$
E) $|x| = -1$

5. $|x - 2| = 6$

eşitliğini sağlayan x gerçekte sayılarının toplamı kaçtır?

- A) -4 B) -2 C) 0
D) 4 E) 6

6. $|x - 1| = |x + 1|$

denkleminin $\mathbb{R}$ de çözüm kümesi nedir?

- A) $\{0\}$ B) $\{1\}$
C) $\{0, 1\}$ D) $\{-1, 1\}$
E) $\emptyset$

7. $|2x - 1| = m - 1$

denkleminin $\mathbb{R}$ de çözüm kümesinin iki elemanlı olmasını mümkün kılan m gerçekte sayılarının kümesi nedir?

- A) $[0, \infty)$ B) $(0, \infty)$
C) $[1, \infty)$ D) $(1, \infty)$
E) $(-\infty, -1)$

8. $|m - 1| + |2 - 2m| = 12$

eşitliğini sağlayan m gerçekte sayılarının toplamı kaçtır?

- A) -4 B) -1 C) 1
D) 2 E) 4

9. $|1 + |x - 1|| = 3$

eşitliğini sağlayan kaç değişik x gerçekte sayısı vardır?

- A) 0 B) 1 C) 2
D) 3 E) 4



1. A

2. D

3. B

4. E

5. D

6. A

7. D

8. D

9. C



- $a \in \mathbb{R}^+$ olmak üzere,
 $|x| < a \Leftrightarrow -a < x < a$ dır.
- $a, b \in \mathbb{R}^+$ ve $a < b$ olmak üzere,
 $a < |x| < b \Leftrightarrow a < x < b$ veya
 $-b < x < -a$ dır.
- $a \in \mathbb{R}^+$ olmak üzere,
 $|x| > a \Leftrightarrow x > a$ veya $x < -a$ dır.

DİKKAT

Yukarıda verilen kurallarda, " $>$ " ve " $<$ " işaretlerinin yerine " $\geq$ " ve " $\leq$ " işaretlerini de koyabiliriz.

ÖRNEK

$$|x - 1| \leq 3$$

eşitsizliğin çözüm kümesi nedir?

- A) $[-3, 3]$ B) $[-2, 2]$ C) $[-2, 4]$
D) $[1, 4]$ E) $[4, \infty]$

ÇÖZÜM

$$\begin{aligned} |x - 1| \leq 3 &\Rightarrow -3 \leq x - 1 \leq 3 \\ &\Rightarrow -3 + 1 \leq x - 1 + 1 \leq 3 + 1 \\ &\Rightarrow -2 \leq x \leq 4 \\ \text{Çözüm Kümesi} &= [-2, 4] \end{aligned}$$

ÖRNEK

$$3 < |x| < 10$$

eşitsizliklerini sağlayan kaç değişik x tam sayısı vardır?

- A) 10 B) 11 C) 12 D) 13 E) 14

ÇÖZÜM

$$3 < |x| < 10 \Rightarrow 3 < x < 10 \text{ veya } -10 < x < -3$$

$$\text{Çözüm Kümesi} = (-10, -3) \cup (3, 10)$$

$(3, 10)$ aralığındaki tam sayılar, $\{4, 5, \dots, 9\}$ olup,
 $9 - 4 + 1 = 6$ tanedir.

$(-10, -3)$ aralığındaki tam sayılar, $\{-4, -5, \dots, -9\}$ olup,
 $-4 - (-9) + 1 = 6$ tanedir.

$$\text{İstenen} = 6 + 6 = 12$$

ÖRNEK

$$|x + 1| > 4$$

eşitsizliğin çözüm kümesi nedir?

- A) $(-\infty, -5) \cup (3, \infty)$ B) $(-\infty, -3) \cup (5, \infty)$
C) $(-\infty, -5)$ D) $(3, \infty)$
E) $(-\infty, -5) \cup (0, 3)$

ÇÖZÜM

$$|x + 1| > 4 \Rightarrow x + 1 > 4 \text{ veya } x + 1 < -4$$

$$\Rightarrow x > 3 \text{ veya } x < -5$$

$$\text{Çözüm Kümesi} = (-\infty, -5) \cup (3, \infty)$$

4. KONTROL NOKTASI

$$|2x - 1| < 13$$

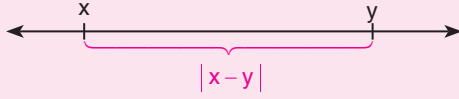
eşitsizliğini sağlayan en büyük x tam sayısı kaçtır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

Cevap : C



- $|x|$ değeri, gerçekte sayı doğrusu üzerindeki x sayısının, 0 sayısına uzaklığıdır.
- $|x - y|$ değeri, gerçekte sayı doğrusu üzerindeki x ve y sayıları arasındaki uzaklıktır.



SONUÇ

- $|x - a| + |x - b|$ ifadesi $x \in [a, b]$ iken en küçük olur.
- $a < b < c$ olmak üzere,
 $|x - a| + |x - b| + |x - c|$ ifadesi $x = b$ iken en küçük olur.
- $|x - a| - |x - b|$ ifadesi en büyük değeri $|a - b|$ dir.

ÖRNEK



$x \in \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$|x + 1| + |x - 3|$$

ifadesinin mümkün olan en küçük değeri kaçtır?

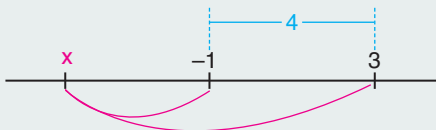
- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

ÇÖZÜM



$$|x + 1| = \underbrace{|x - (-1)|}_{x \text{ in } -1 \text{ e olan uzaklığı}} \quad |x - 3| = \underbrace{|x - 3|}_{x \text{ in } 3 \text{ e olan uzaklığı}}$$

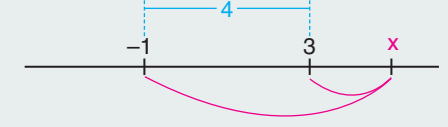
1. Durum



2. Durum



3. Durum



2. durumu seçersek, verilen ifade en küçük değerini alır. Bu değer 4 tür.

ÖRNEK

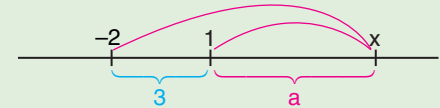


$$|x - 1| + |x + 2| = 11$$

eşitliğini sağlayan x gerçekte sayılarının toplamı kaçtır?

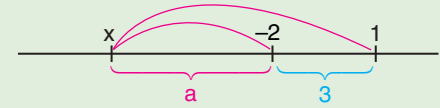
- A) -3 B) -1 C) 1 D) 2 E) 3

ÇÖZÜM



$$a + (a + 3) = 11 \Rightarrow a = 4$$

$$\Rightarrow x = 1 + a = 5$$



$$a + (a + 3) = 11 \Rightarrow a = 4$$

$$\Rightarrow x = -2 - a = -6$$

$$\text{Çözüm Kümesi} = \{-6, 5\}$$

$$\text{İstenen} = -6 + 5 = -1$$

5. KONTROL NOKTASI

$$|x - 6| + |x + 1| = 7$$

eşitliğini sağlayan kaç değişik x tam sayısı vardır?

- A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

Cevap : C

1. $x \in \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$|x-1|+|x-3|$$

toplamının mümkün olan en küçük değeri kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

2. $x \in \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$|x-8|+|x+4|$$

toplamının mümkün olan en küçük değeri kaçtır?

- A) 8 B) 9 C) 10
D) 11 E) 12

3. $x \in \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$|x-3|-|x+9|$$

farkının mümkün olan en büyük değeri kaçtır?

- A) 13 B) 12 C) 11
D) 10 E) 9

4. $x, y \in \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$|x-1|+|x+y|=0$$

olduğuna göre, y kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0
D) 1 E) 2

5. $x \in \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$|x-2|-|x+6|$$

farkının mümkün olan en küçük değeri kaçtır?

- A) -6 B) -7 C) -8
D) -9 E) -10

6. x ve y gerçel sayıları için,

$$|x|=5$$

$$|y|=12$$

olduğuna göre, $x + y$ toplamı kaç farklı değer alabilir?

- A) 2 B) 3 C) 4
D) 5 E) 6

7. x ve y gerçel sayıları için,

$$|x-1|=3$$

$$|x-y|=5$$

olduğuna göre, y nin alabileceği en büyük değer kaçtır?

- A) 5 B) 6 C) 7
D) 8 E) 9

8. $|x-1|+|x+1|=2$ denkleminin $\mathbb{R}$ de çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{-1, 1\}$ B) $\{-1, 0, 1\}$
C) $[0, 1]$ D) $[-1, 0]$
E) $[-1, 1]$

9. $|x-10|+|x+2|=m$ eşitliğini sağlayan sonsuz çoklukta x gerçel sayısı olduğuna göre, $m \in \mathbb{R}$ sayısı kaçtır?

- A) 0 B) 6 C) 8
D) 10 E) 12

10. $|x-2|+|x+12|=2018$ eşitliğini sağlayan x gerçel sayılarının toplamı kaçtır?

- A) -2020 B) -2016
C) -10 D) 0
E) 2016

11. $|x-3|+|x-1|+|x+7|$
toplamını en küçük yapan x gerçekteki sayısı kaçtır?

A) -7 B) -1 C) 1
D) 3 E) 7

12. $x \in \mathbb{R}$ olmak üzere,
 $|x-9|+|x+2|+|x+8|$
toplamının mümkün olan en küçük değeri kaçtır?

A) 16 B) 17 C) 21
D) 23 E) 28

13. $a \in \mathbb{R}$ olmak üzere,
 $|x-3|+|x-a|+|x+2|$
ifadesinin mümkün olan en küçük değeri 5 olduğuna göre, a 'nın alabileceği değerler kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\{-2, 3\}$ B) $\{0, 3\}$
C) $\{-2, 0, 3\}$ D) $(-2, 3)$
E) $[-2, 3]$

14. $x, y, z \in \mathbb{Z}$ olmak üzere,
 $|x-1|+|y|+|z|=3$
olduğuna göre,
 $|x|+|y-1|+|z-2|$
toplamının mümkün olan en büyük değeri kaçtır?

A) 5 B) 6 C) 7
D) 8 E) 9

15. I. $|x+y| \leq |x|+|y|$
II. $|x-y| \leq |x|+|y|$
III. $|x+y| \geq |x|-|y|$
Yukarıda verilen eşitsizliklerden hangileri her (x, y) gerçekteki sayı ikili için sağlanır?

A) Yalnız I B) I ve II
C) I ve III D) II ve III
E) I, II ve III

16. $a, \in \mathbb{R}^+$ olmak üzere,
 $|x| \leq a$
eşitsizliğinin çözüm kümesi $[-4, b]$ olduğuna göre, $a + b$ kaçtır?

A) 4 B) 6 C) 8
D) 9 E) 12

17. $|x+2| < 5$
eşitsizliğini sağlayan kaç değişik x tam sayısı vardır?

A) 8 B) 9 C) 10
D) 11 E) 12

18. $|x-2| < 5$
eşitsizliğini sağlayan x tam sayılarının toplamı kaçtır?

A) 12 B) 15 C) 16
D) 18 E) 21

19. $-6 \leq |x| \leq 10$
eşitsizliklerini sağlayan kaç değişik x tam sayısı vardır?

A) 16 B) 18 C) 19
D) 20 E) 21

20. $|x|+|y| \leq 2$
eşitsizliğini sağlayan kaç değişik (x, y) tam sayı ikilisi vardır?

A) 9 B) 10 C) 11
D) 12 E) 13



1. Sayı doğrusu üzerindeki $P(x)$ noktasının, $A(-1)$ noktasına olan uzaklığının mutlak değer sembolü ile gösterimi aşağıdakilerden hangisinde doğru yapılmıştır?

- A) $|x| - |-1|$ B) $|x| + |-1|$
C) $|x - 1|$ D) $|x + 1|$
E) $||-1| - |x||$

2. Sayı doğrusu üzerindeki $P(x)$ noktasının, $A(2)$ ve $B(-1)$ noktalarına olan uzaklıkları toplamının mutlak değer sembolleri ile gösterimi aşağıdakilerden hangisinde doğru yapılmıştır?

- A) $|x + 2| + |x - 1|$
B) $|x + 2| - |x - 1|$
C) $||x + 2| - |x - 1||$
D) $|x - 2| + |x + 1|$
E) $||x - 2| - |x + 1||$

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

3. $|x| > x$ olduğuna göre, $||2 - x| - x|$ ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 2 B) $2x$
C) $2x - 2$ D) $2 - 2x$
E) $-2x - 2$

4. $|x - 3| = x - 3$
 $|x - 8| = 8 - x$
eşitliklerini sağlayan kaç değişik x tam sayısı vardır?

- A) 4 B) 5 C) 6
D) 7 E) 8

5. $x \in \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$\frac{18}{|x - 1| + |x + 2|}$$

ifadesinin mümkün olan en büyük tam sayı değeri kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4
D) 6 E) 9

6. Aşağıdaki m değerlerinden hangisi için,

$$|x - 3| = m + 4$$

denkleminin $\mathbb{R}$ de çözüm kümesi boş kümedir?

- A) 0 B) -1 C) -3
D) -4 E) -5

7. $a \in \mathbb{Z}^+$ olmak üzere,

$$|x + a| = 6$$

eşitliğini sağlayan x gerçekte sayılarının çarpımı -27 olduğuna göre, a kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4
D) 5 E) 6

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

8. $A = \{x \mid |x - 1| \leq 2, x \in \mathbb{R}\}$
 $B = \{x \mid |x - 2| \leq 1, x \in \mathbb{R}\}$

olduğuna göre, $A \cap B$ kesişim kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $[-1, 1]$ B) $[0, 1]$
C) $[0, 3]$ D) $[-1, 3]$
E) $[1, 3]$

9. $|x - 2| \leq |2x - 3|$ eşitsizliğini sağlayan en küçük x doğal sayısı kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2
D) 3 E) 4

10. $x - y + 1 \geq 0$
 $x - y - 1 \leq 0$

eşitsizlik sisteminin çözüm kümesi, aşağıdaki eşitsizliklerden hangisinin çözüm kümesine eşittir?

- A) $|x - y| \leq 1$
B) $|x - y| \geq 1$
C) $|x + y| \leq 1$
D) $|x + y| \geq 1$
E) $|x| + |y| \leq 1$

11. $|x - 1| > 1$

eşitsizliğin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(-\infty, 0) \cup (1, \infty)$
 B) $(-\infty, 1) \cup (2, \infty)$
 C) $(-\infty, 0) \cup (2, \infty)$
 D) $(0, 1] \cup [2, \infty)$
 E) $\mathbb{R} - (0, 2)$

12. $4 > |x| \geq 1$

eşitsizlik sisteminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(-4, -1) \cup (1, \infty)$
 B) $(-\infty, -1] \cup (4, \infty)$
 C) $(-1, -4] \cup (5, \infty)$
 D) $(-4, -1] \cup [1, 4)$
 E) $(-4, 4) - [-1, 1]$

13. $x, y \in \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$|2x + 3y - 11| + |3x + 2y - 24| = 0$$

olduğuna göre, $x + y$ toplamının değeri kaçtır?

- A) 4 B) 5 C) 6
 D) 7 E) 8

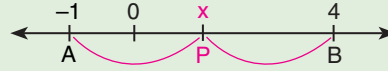
14. Aşağıda, bir problemin çözümü verilmiştir.

ÇÖZÜM

- Sayı doğrusu üzerinde, A(-1) ve B(4) noktalarını işaretleyelim.



- Sayı doğrusu üzerindeki P(x) noktasının A ve B noktalarına olan uzaklıkları toplamının en küçük olabilmesi için, $P \in [AB]$ olmalıdır.



- $|PA| + |PB|$ toplamının mümkün olan en küçük değeri $|AB| = 5$ tir.

Bu çözüm, aşağıdaki problemlerden hangisine aittir?

- A) $|x - 1| + |x + 4|$ toplamının mümkün olan en küçük değeri kaçtır?
 B) $||x - 1| - |x + 4||$ ifadesinin mümkün olan en büyük değeri kaçtır?
 C) $|x + 1| + |x - 4|$ toplamının mümkün olan en büyük değeri kaçtır?
 D) $|x + 1| + |x - 4|$ toplamının mümkün olan en küçük değeri kaçtır?
 E) $|x - 1| + |x| + |x - 4|$ toplamının mümkün olan en küçük değeri kaçtır?

15. 33 cm uzunluğundaki bir çubuk kesilerek uzunlukları tam sayılar olan parçalara bölünecektir.

Oluşacak parça uzunluklarından keyfi seçilerek bir (x, y, z) üçlüsü için,

$$x + y > z > |x - y|$$

eşitsizliği sağlanmayacağına göre, bu tel en çok kaç parçaya bölünebilir?

- A) 4 B) 5 C) 6
 D) 7 E) 8

16. $|1 - 2 + 3 - 4 + \dots + (-1)^{n+1} \cdot n| = 40$

eşitsizliğini sağlayan n tam sayılarının toplamı kaçtır?

- A) 79 B) 80 C) 81
 D) 121 E) 159

17. x ve y pozitif doğal sayılar olmak üzere, x in hangi değeri için,

$$12 + x > y > |12 - x|$$

eşitsizliklerini sağlayan 15 değişik y değeri vardır?

- A) 6 B) 7 C) 8
 D) 9 E) 10



1. $|2x - 3| = 11$

eşitliğini sağlayan x gerçək sayıları-
nın toplamı kaçtır?

0	0	0
1	1	1
2	2	2
3	3	3
4	4	4
5	5	5
6	6	6
7	7	7
8	8	8
9	9	9

2. $|1 + |x|| = 17$

eşitliğini sağlayan kaç değişik x ger-
çek sayısı vardır?

0	0	0
1	1	1
2	2	2
3	3	3
4	4	4
5	5	5
6	6	6
7	7	7
8	8	8
9	9	9

3. $|x - 2| + |12 - 6x| = 28$

eşitliğini sağlayan x gerçək sayıları-
nın toplamı kaçtır?

0	0	0
1	1	1
2	2	2
3	3	3
4	4	4
5	5	5
6	6	6
7	7	7
8	8	8
9	9	9

4. $|2x + 4| = |3x + 1|$

eşitliğini sağlayan x gerçək sayıları-
nın toplamı kaçtır?

0	0	0
1	1	1
2	2	2
3	3	3
4	4	4
5	5	5
6	6	6
7	7	7
8	8	8
9	9	9

5. $x \in \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$|x - 9| + |x + 12|$$

toplamının mümkün olan en küçük
değeri kaçtır?

0	0	0
1	1	1
2	2	2
3	3	3
4	4	4
5	5	5
6	6	6
7	7	7
8	8	8
9	9	9

6. $x \in \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$|x - 1| - |x - 10|$$

farkının mümkün olan en büyük de-
ğeri kaçtır?

0	0	0
1	1	1
2	2	2
3	3	3
4	4	4
5	5	5
6	6	6
7	7	7
8	8	8
9	9	9

7. $|x-7| + |x-1| + |x+19|$

toplamını en küçük yapan x gerçekteki sayısı kaçtır?

0	0	0
1	1	1
2	2	2
3	3	3
4	4	4
5	5	5
6	6	6
7	7	7
8	8	8
9	9	9

8. $|x-1| + |x+9| = m$

denkleminin çözüm kümesi sonsuz elemanlı olduğuna göre, $m \in \mathbb{R}$ sayısı kaçtır?

0	0	0
1	1	1
2	2	2
3	3	3
4	4	4
5	5	5
6	6	6
7	7	7
8	8	8
9	9	9

9. $m, n \in \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$|m+n-11| + |2m-n-1| = 0$$

olduğuna göre, $m \cdot n$ çarpımının değeri kaçtır?

0	0	0
1	1	1
2	2	2
3	3	3
4	4	4
5	5	5
6	6	6
7	7	7
8	8	8
9	9	9

10. $|2m-11| \leq 3$

eşitsizliğini sağlayan m tam sayılarının toplamı kaçtır?

0	0	0
1	1	1
2	2	2
3	3	3
4	4	4
5	5	5
6	6	6
7	7	7
8	8	8
9	9	9

11. $\frac{1+|x-1|}{2-|x|} \geq 0$

eşitsizliğini sağlayan kaç değişik x tam sayısı vardır?

0	0	0
1	1	1
2	2	2
3	3	3
4	4	4
5	5	5
6	6	6
7	7	7
8	8	8
9	9	9

12. $|x-2| + |x-5| \geq 7$

eşitsizliğinin çözüm kümesi,

$$(-\infty, a] \cup [b, \infty)$$

olduğuna göre, $a + b$ toplamının değeri kaçtır?

0	0	0
1	1	1
2	2	2
3	3	3
4	4	4
5	5	5
6	6	6
7	7	7
8	8	8
9	9	9



1. $\left| x + \frac{1}{2017} \right| = 2018^{2017}$

eşitliğini sağlayan x gerçək sayılarının toplamını bulunuz.

2. $x, y \in \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$|x - 2y - 3| + |x + y - 6| = 0$$

olduğuna göre, $x \cdot y$ çarpımını bulunuz.

3. $|3 + |2x - 1|| = 5$

eşitliğini sağlayan x gerçək sayılarının kümesini bulunuz.

4. $|x - 6| + |x + 15|$

toplamının mümkün olan en küçük değerini bulunuz.

5. $|2x - 3| = |2x + 1|$

denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

6. $|x - 1| + |x + 2| = 29$

eşitliğini sağlayan x gerçək sayılarının toplamını bulunuz.

7. $-3 < \frac{2x - 1}{2} < 1$

eşitsizliklerini, mutlak değerli eşitsizlik olarak ifade ediniz.

8. $|x - 1| < 2018$

eşitsizliğini sağlayan x tam sayılarının toplamını hesaplayınız.

9. x ile y birbirinden farklı gerçək sayılar olmak üzere, bu ikisinden büyük olanı veren ifadeyi mutlak değer sembolü kullanarak gösteriniz.

10. $m \in \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$|2x + 1| = |m \cdot x + 4|$$

denkleminin $\mathbb{R}$ de çözüm kümesinin tek elemanlı olabilmesi için gerçək ve yeter koşul,

$$|m| = 2$$

olmasıdır.

Kanıtlayınız.

1. $a \in \mathbb{R} - \{0\}$, $b \in \mathbb{R}$ ve $c \in \mathbb{R}^+$ olmak üzere,

$$|a \cdot x + b| = c \dots\dots\dots (\star)$$

eşitliğini sağlayan x gerçekte sayılarının toplamı c den bağımsızdır.

Gösterelim.

$$\begin{aligned} |ax + b| = c &\Rightarrow ax + b = c \quad \text{veya} \quad ax + b = -c \\ &\Rightarrow ax = c - b \quad \text{veya} \quad ax = -c - b \\ &\Rightarrow x = \frac{c-b}{a} \quad \text{veya} \quad x = \frac{-c-b}{a} \end{aligned}$$

x in alabileceği değerler toplamı,

$$\frac{c-b}{a} + \frac{-c-b}{a} = \frac{c-b-c-b}{a} = -\frac{2b}{a}$$

olup, bu değer, c den bağımsızdır.

(★) tipindeki bir denklem için şunu söyleyebiliriz: “x in alabileceği değerler toplamı, mutlak değer için sıfır yapan x değerinin 2 katına eşittir.”

Bu bilgiler doğrultusunda, problemi kolayla çözebiliriz.

$$\begin{aligned} \left| x + \frac{1}{2017} \right| &= 2018^{2017} \\ \Rightarrow x + \frac{1}{2017} &= 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{2017} \\ \text{İstenen} &= 2 \cdot \left(-\frac{1}{2017} \right) = -\frac{2}{2017} \end{aligned}$$

2. Her x gerçekte sayısı için, $|x| \geq 0$ olduğundan, verilen eşitliğin sağlanabilmesi için, mutlak değerli ifadelerin ayrı ayrı sıfıra eşit olması gerekir.

$$x - 2y - 3 = 0$$

$$x + y - 6 = 0$$

Denklemleri taraf tarafa çıkararak y yi kolayca bulabiliriz.

$$\begin{aligned} x - 2y - 3 &= 0 \\ -x + y - 6 &= 0 \\ \hline -3y + 3 &= 0 \Rightarrow y = 1 \end{aligned}$$

y = 1 değerini üstteki denklemde yerine yazarak x i bulabiliriz.

$$\begin{aligned} x - 2y - 3 &= 0 \Rightarrow x - 2 - 3 = 0 \Rightarrow x = 5 \\ \text{İstenen} &= x \cdot y = 5 \cdot 1 = 5 \end{aligned}$$

- 3.

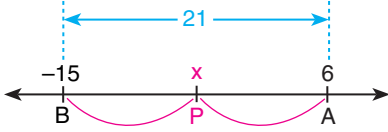
$$\begin{aligned} |3 + |2x - 1|| &= 5 \\ \Rightarrow 3 + |2x - 1| &= 5 \quad \text{veya} \quad 3 + |2x - 1| = -5 \\ \Rightarrow |2x - 1| &= 2 \quad \text{veya} \quad |2x - 1| = -8 \\ &\quad \text{Mutlak değer asla negatif olamaz. Burda kök yok!} \\ \Rightarrow 2x - 1 &= 2 \quad \text{veya} \quad 2x - 1 = -2 \\ \Rightarrow 2x &= 3 \quad \text{veya} \quad 2x = -1 \\ \Rightarrow x &= \frac{3}{2} \quad \text{veya} \quad x = -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

İstenen = Denklemin Çözüm Kümesi

$$= \left\{ -\frac{1}{2}, \frac{3}{2} \right\}$$

4.

İFADE	GEOMETRİK ANLAMI
$ x - 6 $	P(x) noktasının A(6) noktasına olan uzaklığı
$ x + 15 $	P(x) noktasının B(-15) noktasına olan uzaklığı



$P \in [AB]$ iken $|PA| + |PB|$ toplamı en küçük olur.

$|PA| + |PB|$ toplamının en küçük değeri $|AB|$ dir.

$$\text{İstenen} = |AB| = 6 - (-15) = 21$$

5.

$$|2x - 3| = |2x + 1|$$

$$\Rightarrow 2x - 3 = 2x + 1 \quad \text{veya} \quad 2x - 3 = -(2x + 1)$$

$$\Rightarrow \underbrace{-3 = 1}_{\text{Burda kök yok!}} \quad \text{veya} \quad 2x - 3 = -2x - 1$$

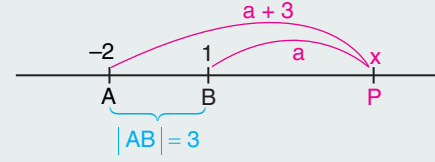
$$\Rightarrow 4x = 2 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$$

İstenen = Denklemin Çözüm Kümesi

$$= \left\{ \frac{1}{2} \right\}$$

6. Geometrik çözüm yapalım.

1. Durum



$$|x - 1| = |PB|, \quad |x + 2| = |PA|$$

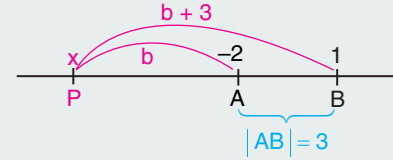
$$|PA| + |PB| = 29 \text{ olmasını istiyoruz.}$$

$$|PB| = a \text{ dersek } |PA| = a + 3 \text{ olur.}$$

$$a + (a + 3) = 29 \Rightarrow 2a = 26 \Rightarrow a = 13$$

$$a = 13 \text{ için: } x = 1 + 13 = 14 \text{ olur.}$$

2. Durum



$$|x + 2| = |PA|, \quad |x - 1| = |PB|$$

$$|PA| + |PB| = 29 \text{ olmasını istiyoruz.}$$

$$|PA| = b \text{ dersek } |PB| = b + 3 \text{ olur.}$$

$$b + (b + 3) = 29 \Rightarrow 2b = 26 \Rightarrow b = 13$$

$$b = 13 \text{ için: } x = -2 - 13 = -15 \text{ olur.}$$

$$\text{İstenen} = 14 + (-15) = -1$$

DİKKAT

Mutlak değerli ifadelerin içlerini sıfır yapan $x = 1$ ve $x = -2$ değerlerinin toplamı $1 + (-2) = -1$ olup, verilen denklemin kökler toplamına eşittir.

Bu durum tesadüf değildir!

Problemdeki 29 sayısını 101 ile değiştirerek tekrar çözünüz.

7.

$$-3 < \frac{2x-1}{2} < 1 \Rightarrow -6 < 2x-1 < 2$$

$$\Rightarrow -5 < 2x < 3 \Rightarrow \boxed{-\frac{5}{2} < x < \frac{3}{2}}$$

Bu eşitsizliği mutlak değerli olarak ifade edebilmemiz için sol ve sağ taraftaki sayıları, birbirinin toplamaya göre tersi olacak şekilde getirmeliyiz.

$$\boxed{-\frac{5}{2} + m} < x + m < \boxed{\frac{3}{2} + m}$$

$$\begin{aligned} -\frac{5}{2} + m + \frac{3}{2} + m &= 0 \\ \Rightarrow 2m - 1 &= 0 \\ \Rightarrow m &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

$$-\frac{5}{2} + \frac{1}{2} < x + \frac{1}{2} < \frac{3}{2} + \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow -2 < x + \frac{1}{2} < 2$$

$$\Rightarrow \left| x + \frac{1}{2} \right| < 2$$

$$\Rightarrow |2x + 1| < 4$$

Bu ikisinden dilediğimizi yazarak, çözümü noktalayabiliriz.

8.

$$|x-1| < 2018 \Rightarrow -2018 < x-1 < 2018$$

$$\Rightarrow -2017 < x < 2019$$

$$\text{İstenen} = \underbrace{-2016 - 2015 - \dots + 2016 + 2017 + 2018}_0$$

$$= 2017 + 2018 = 4035$$

9.

$$\text{İstenen: } \frac{1}{2} \cdot (x+y+|x-y|) \dots\dots\dots (\star)$$

$x > y$ iken $(\star)$ ifadesi,

$$\frac{1}{2} \cdot (x+y+(x-y)) = x$$

değişkenine eşit olur.

$x < y$ iken $(\star)$ ifadesi,

$$\frac{1}{2} \cdot (x+y+(-x+y)) = y$$

değişkenine eşit olur.

Her iki durumda da,

$$\frac{1}{2} \cdot (x+y+|x-y|)$$

ifadesi, x ile y den büyük olanına eşit olur.

$$\max\{x, y\} = \frac{1}{2} \cdot (x+y+|x-y|)$$

10.

$$|2x+1| = |mx+4|$$

$$\Rightarrow 2x+1 = mx+4 \quad \text{veya} \quad 2x+1 = -mx-4$$

$$\Rightarrow 2x - mx = 3 \quad \text{veya} \quad 2x + mx = -5$$

$$\Rightarrow x \cdot (2-m) = 3 \quad \text{veya} \quad x \cdot (2+m) = -5$$

$$\Rightarrow x = \boxed{\frac{3}{2-m}} \quad \text{veya} \quad x = \boxed{-\frac{5}{2+m}}$$

Bu iki ifadenin tanımlı olması hâlinde, verilen denklemin çözüm kümesi iki elemanlı olur.

Denklemin çözüm kümesinin tek elemanlı olması için, bu iki ifadeden birinin tanımsız olması gerekir. Bu ise ancak $m = 2$ veya $m = -2$; yani $|m| = 2$ olması hâlinde mümkün olur.