

www.matematikkafe.com

TEMEL MATEMATİK

ÜSLÜ SAYILAR

KONU ANLATIM KİTAPÇIĞI

ÜSLÜ İFADELER

A. TANIM

a bir gerçel (reel) sayı ve n bir sayma sayısı olmak üzere,

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \dots a}_{n \text{ tane}}$$

ifadesine üslü ifade denir.

$k \cdot a^n$ ifadesinde k ya kat sayısı, a ya taban, n ye üs denir. Üs olarak yazılan sayı tabanın kaç kere kendisiyle çarpılacağını gösterir.

B. ÜSLÜ İFADENİN ÖZELİKLERİ

1) $a \neq 0$ ise, $a^0 = 1$ dir.

2) 0^0 tanımsızdır.

3) $n \in \mathbb{R}$ ise, $1^n = 1$ dir.

4)

$$k \cdot a^n = \underbrace{a^n + a^n + a^n + \dots + a^n}_{k \text{ tane}}, (k \in \mathbb{N}^+)$$

5) $(a^m)^n = (a^n)^m = a^{m \cdot n}$

Örnek:

$$(5^3)^{2x} = 5^{6x} \text{ dir.}$$

$$\Rightarrow \text{UYARI: } (5^3)^{2x} = (5^x)^6 = (5^2)^{3x} = (5^6)^x = (5^{2x})^3 = (5^{6x})$$

6)

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

7)

$$\left(\frac{a^m}{b^n} \right)^k = \left(\frac{b^n}{a^m} \right)^k = \frac{b^{n \cdot k}}{a^{m \cdot k}}$$

$$2^{-5} = \frac{1}{2^5} = \frac{1}{32}$$

$$(-3)^{-2} = \frac{1}{(-3)^2} = \frac{1}{9}$$

$$\left(\frac{3}{2}\right)^{-3} = \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{8}{27} \text{ gibi.}$$

8) n bir tam sayı ve a bir gerçel (reel) sayı olmak üzere,

I) $(-a)^{2n} = a^{2n}$ ifadesi daima pozitiftir. (a, sıfırdan farklı bir gerçel sayı)

II) $(-a^{2n}) = -a^{2n}$ ifadesi daima negatiftir. (a, sıfırdan farklı bir gerçel sayı)

III) $(-a)^{2n+1} = -a^{2n+1}$ ifadesi a pozitif ise negatif, a negatif ise pozitiftir.

9) (n + 1) basamaklı

$$a \underbrace{000 \dots 0}_{n \text{ tane sıfır}}$$

sayısı $a \cdot 10^n$ ye eşittir.

10)

$$0, \underbrace{000 \dots 0}_{n+1 \text{ basamak}} a = a \cdot 10^{-(n+1)} \text{ dir.}$$

Örnek

- $700000000 = 7 \cdot 10^8 = 70 \cdot 10^7 = 700 \cdot 10^6$
- $0,00015 = 15 \cdot 10^{-5} = 1,5 \cdot 10^{-4} = 0,15 \cdot 10^{-3} = 150 \cdot 10^{-6}$

C. ÜSLÜ İFADELERDE DÖRT İŞLEM

1) $x \cdot a^n + y \cdot a^n - z \cdot a^n = (x + y - z) \cdot a^n$

Örnekler

- $7 \cdot 5^8 + 2 \cdot 5^8 - 5^8 = (7+2 - 1) \cdot 5^8 = 8 \cdot 5^8$
- $a \cdot x^y - b \cdot y^x + c \cdot x^y - d \cdot y^x = (a + c) x^y - (b + d) y^x$

2) $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$

3)

$$\frac{a^m}{a^n} = a^m \cdot a^{-n} = a^{m-n}, \quad (a \neq 0)$$

Örnekler

- $\frac{3^{2x-5}}{3^{2x-9}} = 3^{(2x-5)-(2x-9)} = 3^{2x-5-2x+9}$
- $\frac{7^{11}}{7^9} = 7^{11-9} = 7^2 = 49$

4) $a^m \cdot b^m = (a \cdot b)^m$

Örnekler

- $2^{99} \cdot 5^{99} = (2 \cdot 5)^{99} = 10^{99}$
- $2^7 \cdot 3^7 \cdot 5^7 = (2 \cdot 3 \cdot 5)^7 = 30^7$ dir.
- $(a + b)^3 \cdot (a - b)^3 = [(a+b)(a-b)]^3 = (a^2 - b^2)^3$

Başka bir örnekte tersten de düşünürsek,

- $42^x = (2 \cdot 3 \cdot 7)^x = 2^x \cdot 3^x \cdot 7^x$

5)

$$\frac{a^m}{b^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^m, \quad (b \neq 0)$$

☞ **UYARI**: 4 ve 5. özellikler çok basit görünmekle beraber, üslü çokluk sorularında bu özelliklerin sorunun verilmesine göre soldan-sağa veya sağdan-sola kullanılışı önemlidir. Bu yüzden bu özelliklere **joker** adını vereceğiz.

D. ÜSLÜ DENKLEMLER

1) $a \neq 0$, $a \neq 1$, $a \neq -1$ olmak üzere,

$$a^x = a^y \text{ ise } x = y \text{ dir.}$$

2) n , 1 den farklı bir tek sayı ve $x^n = y^n$ ise,

$$x = y \text{ dir.}$$

- 3) n , 0 dan farklı bir çift sayı ve $x^n = y^n$ ise,
 $x = \pm y$ dir.

Genel Örnekler

- 1) $4^{x-3} = (0,125)^4$ ise x kaçtır? (C: -3)
- 2) $7^{3x-15} = 1$ ise x nedir? (C:5)
- 3) $(x^2)^6 = 8^4$ ise x nedir? (C:2 ve -2)
- 4) $3^{2x-5} = \frac{a^{2x}}{a^5}$ ise a kaçtır? (C: 3)
- 5) $3^{x+1} - 5 \cdot 3^x + 7 \cdot 3^x + 3^x = 54$ ise x kaçtır? C:2)
- 6) $3^m = a$ ve $7^m = b$ olduğuna göre, $(147)^m$ nin a ve b türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir? (2001/ÖSS) (C: $a \cdot b^2$)